



Escola Politècnica Superior  
d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

# PROYECTO FINAL DE CARRERA

**TÍTULO:** Diseño de aplicaciones interactivas mediante Easy Java Simulation, para el estudio del memristor y elementos de orden superior.

**AUTOR:** Rafael Hernández Noguera

**TITULACIÓN:** Ingeniera Técnica Industrial Eléctrica

**DIRECTOR:** Arnau Dòria-Cerezo

**DEPARTAMENTO:** Eléctrico

**FECHA:** Junio de 2011

## PROYECTO FINAL DE CARRERA

### RESUMEN

En este proyecto se estudia el memristor y los elementos de orden superior de la teoría de circuitos no lineal. El proyecto consta de una memoria donde se hace una pequeña introducción a los elementos pasivos de la teoría de circuitos. En ella se tratan los 3 elementos clásicos: la resistencia, la bobina y el condensador. Se analizan tanto en su versión lineal como en la no lineal. Posteriormente, se entra en materia con el memristor. Se explica su funcionamiento teórico, sus propiedades y aplicaciones. Para finalizar, se estudian los elementos de orden superior y dos ejemplos mecánicos análogos a estos y al memristor. Para facilitar la comprensión de los elementos nombrados anteriormente se han diseñado un conjunto de aplicaciones interactivas.

Para su programación se ha utilizado el software “*Easy Java Simulation*” que permite crearlas de una manera sencilla, a través del lenguaje Java. Destacan por su visualidad y su configurabilidad. El resultado es un laboratorio virtual que se puede insertar en una página web. Cualquier persona interesada y con conexión a internet puede, de una manera interactiva, ver el comportamiento del elemento simulado.

El proyecto consta de diferentes simulaciones. La primera permite simular el comportamiento del memristor. La herramienta permite modificar diversos parámetros y variar la naturaleza del elemento entre un comportamiento lineal y no lineal.

En la segunda simulación se tratan 6 elementos, los tres clásicos, el memristor y 2 elementos de orden superior (el meminductor y el memcapacitor). En ésta, se pueden ver las diferencias entre ellos tanto en el modo lineal como en el no lineal.

Las dos últimas aplicaciones son de ejemplos mecánicos, en los que su funcionamiento es análogo al del memristor y al del meminductor/memcapacitor. Con ello se pretende realizar un símil para facilitar la comprensión de los elementos eléctricos.

En el primer laboratorio mecánico se simula el comportamiento de un amortiguador cónico de aire. La herramienta permite modificar la señal de entrada y observar el funcionamiento del sistema en tres dimensiones.

En la última aplicación se simula un carrete con hilo enrollado. Podremos elegir entre 2 casos, el ideal y el real. Se podrá modificar diversos parámetros y observar el funcionamiento del sistema en tres dimensiones.

**Palabras clave:**

Teoría de circuitos	Memristor	Elementos de orden superior	Laboratorio virtual
Easy Java Simulation			

## **Agradecimientos:**

Este proyecto se ha realizado gracias a la colaboración de muchas personas que me han brindado su ayuda, sus conocimientos y su apoyo. Quiero agradecer a todos y especialmente:

- A Arnau Dòria-Cerezo (tutor del proyecto) que me ha dedicado todo el tiempo que ha sido necesario para resolver mis dudas.
- A Vanessa Martín por todo su apoyo en los momentos más delicados.
- A mis padres por el soporte que me han dado.
- A Jaume Duran por el apoyo mutuo que nos hemos dado durante toda la carrera.

# Contenido

<b>1. Justificación.....</b>	<b>11</b>
<b>2. Objetivo .....</b>	<b>11</b>
<b>3. Introducción .....</b>	<b>12</b>
<b>4. Introducción a los elementos pasivos de la teoría de circuitos .....</b>	<b>17</b>
<b>4.1. La resistencia .....</b>	<b>17</b>
4.1.1. La resistencia lineal .....	18
4.1.2. La resistencia no lineal .....	19
<b>4.2. La bobina.....</b>	<b>20</b>
4.2.1. La bobina lineal .....	21
4.2.2. La bobina no lineal .....	22
<b>4.3. El condensador.....</b>	<b>24</b>
4.3.1. El condensador lineal .....	25
4.3.2. El condensador no lineal.....	26
<b>5. Memristor.....</b>	<b>28</b>
5.1.1. Memristor controlado por carga eléctrica.....	29
5.1.2. Memristor controlado por flujo magnético.....	30
5.1.3. Propiedades del memristor .....	31
5.1.4. Simulación del memristor controlado por carga eléctrica (q).....	32
<b>6. Elementos de orden superior .....</b>	<b>34</b>
<b>6.1. Meminductor.....</b>	<b>36</b>
6.1.1. Meminductor controlado por la variable $p$ .....	37
6.1.2. Meminductor controlado por carga eléctrica .....	38
6.1.3. Simulación del meminductor controlado por la variable $p$ .....	39
<b>6.2. Memcapacitor .....</b>	<b>41</b>
6.2.1. Memcapacitor controlado por la variable $\sigma$ .....	42
6.2.2. Memcapacitor controlado por flujo magnético.....	43
<b>7. Elementos mecánicos con memoria.....</b>	<b>44</b>
<b>7.1. Amortiguador de aire cónico .....</b>	<b>45</b>
<b>7.2. Carrete con cable enrollado.....</b>	<b>47</b>
7.2.1. Carrete con cable enrollado infinito .....	48

7.2.2.	Simulación del carrete con cable enrollado infinito .....	49
7.2.3.	Carrete con cable enrollado finito.....	50
7.2.4.	Simulación del carrete con cable enrollado finito .....	51
<b>8.</b>	<b>Simulaciones.....</b>	<b>53</b>
8.1.	Modelado y simulación.....	53
8.2.	Easy Java Simulator .....	53
8.3.	Memristor.....	55
8.3.1.	Introducción.....	55
8.3.2.	Manual de la aplicación.....	56
8.4.	Elementos de orden superior .....	58
8.4.1.	Introducción.....	58
8.4.2.	Manual de la aplicación.....	59
8.5.	Amortiguador de aire cónico .....	61
8.5.1.	Introducción.....	61
8.5.2.	Manual de la aplicación.....	62
8.6.	Carrete con cable enrollado.....	64
8.6.1.	Introducción.....	64
8.6.2.	Manual de la aplicación.....	65
<b>9.</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>67</b>
9.1.	Líneas futuras de trabajo.....	68
<b>10.</b>	<b>Referencias.....</b>	<b>69</b>
<b>11.</b>	<b>Anexo.....</b>	<b>70</b>



## 1. Justificación

En Mayo de 2008 un grupo de investigadores de la multinacional Hewlett-Packard descubren un dispositivo que se comporta de manera similar a un elemento descrito teóricamente por Leon Chua en 1971 [1]. Este dispositivo, posee cualidades que pueden ser interesantes para reducir el consumo de procesadores [2], obtener sistemas de almacenamiento con mayor densidad [2], fabricar memorias no volátiles [2] (que permitirán tener ordenadores que se inicien instantáneamente). Recientemente también se ha asociado el comportamiento del memristor a las funciones de sinapsis de las neuronas [2].

## 2. Objetivo

En este proyecto se pretende estudiar el memristor y los elementos de orden superior de la teoría de circuitos no lineal.

El objetivo prioritario de este proyecto es el de desarrollar diferentes laboratorios virtuales mediante el programa “*Easy Java Simulation*” y alojarlos en una página web. Estas simulaciones permiten mostrar el comportamiento de los elementos de orden superior de la teoría de circuitos no lineal, especialmente del memristor.

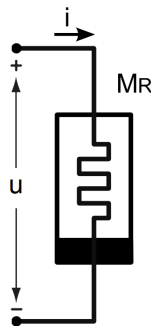


### 3. Introducción

El memristor, representado en la figura 3.1, cuyo nombre es una contracción entre memoria y resistencia, fue descrito teóricamente por L.O. Chua en el artículo “*Memristor- the missing circuit element*” en 1971. Leon Chua pretendía demostrar que se podía relacionar el flujo magnético con la carga eléctrica, y que podría existir un elemento que las relacionara. En aquella época el elemento físico del memristor aún no había sido descubierto, por lo que se utilizaron circuitos activos para simular el funcionamiento del memristor, y así demostrar sus posibles aplicaciones.

En su investigación L.O. Chua necesitó al menos 15 transistores y otros elementos pasivos para poder simular el comportamiento de un memristor [1].

En su artículo de 1971 Chua propuso el siguiente símbolo para el memristor:



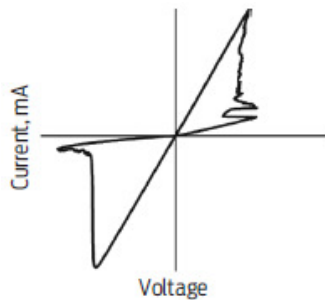
**Figura 3.1 Símbolo del memristor.**

No fue hasta 1995 cuando Hewlett Packard puso en marcha un grupo de investigación con el objetivo de desarrollar tecnología útil en un plazo de 10 años [2]. Los investigadores decidieron tomar como referencia la ley de Moore. Esta ley expresa que aproximadamente cada 18 meses se duplica el número de transistores en un circuito integrado. Se trata de una ley empírica, formulada por Gordon E. Moore el 19 de abril de 1965. Según Moore, esta ley se cumplirá durante los próximos 10 años, por lo que una nueva tecnología tendría que suplantar a la actual.

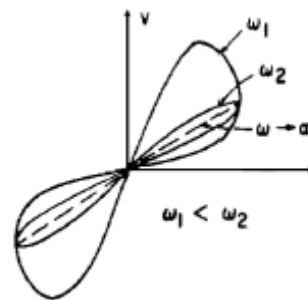
En 1995 el tamaño de transistor era de 350 nanómetros, este tamaño aún distanciaba del límite que preveía la ley de Moore. Actualmente el tamaño de los transistores es de 45 nanómetros.

Los investigadores sabían de antemano que un transistor no podría ser menor que un átomo, por lo que decidieron enfocar su investigación en obtener un interruptor de baja potencia que cambiara de estado (abierto y cerrado) mediante la aplicación de voltaje. Para ello diseñaron una matriz de hilos verticales que eran atravesados por otros hilos en posición horizontal. El material seleccionado para ambos hilos fue el platino. En cada unión se encontraban los interruptores. Los interruptores tienen forma de cubo de aproximadamente 40 nanómetros, y están formados por dióxido de titanio. Estos interruptores tienen 2 capas, de modo que al aplicar voltaje positivo el interruptor abre y si el voltaje se invierte se cierra.

El problema que les surgió tenía que ver con la característica corriente-tensión de la resistencia de los interruptores, esta se comportaba de una forma errática, figura 3.2. No podían predecir el valor de dicha resistencia aplicando modelos convencionales.



**Figura 3.2 Gráfica resultados experimentales HP.**

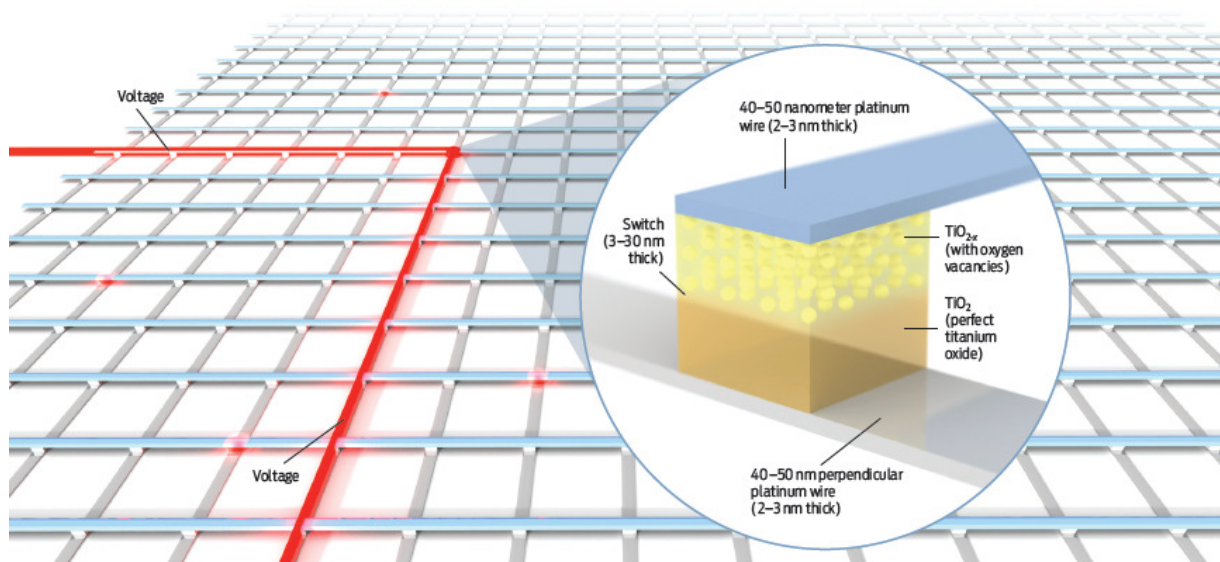


**Figura 3.3 Gráfica original memristor Leon Chua.**

Durante los siguientes 3 años no supieron explicar con certeza lo que sucedía. Finalmente, uno de los investigadores que casualmente había leído la publicación de Leon Chua se percató de que el comportamiento del dispositivo se asemejaba al teórico memristor, figura 3.3.

Asemejaron sus datos experimentales con los del teórico memristor, y como resultado obtuvieron que el dispositivo diseñado por Hewlett Packard podía modelarse como un memristor, [3].

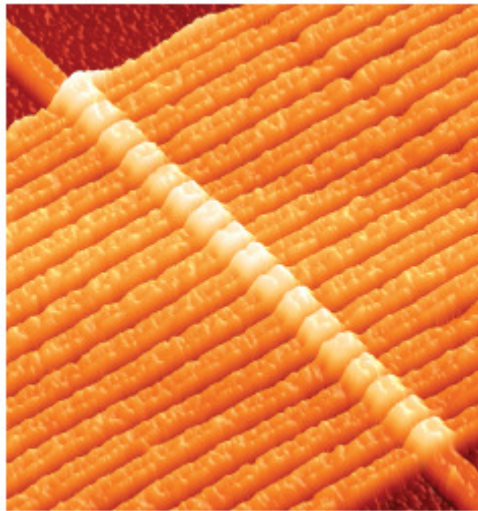
En la siguiente figura podemos ver una representación del dispositivo para memorias no volátiles [2], desarrollado por Hewlett Packard.



**Figura 3.4 Representación del dispositivo para memorias no volátiles.**

En la representación se puede observar como en cada cruce de cables están situados los cubos. Estos están en contacto con la malla en 2 de las 6 caras del cubo. Al aplicar voltaje entre 2 extremos de un conductor y dependiendo de su polaridad el interruptor dejará o no pasar la corriente.

En la figura 3.5 podemos apreciar la estructura atómica del dispositivo creado por Hewlett Packard.



**Figura 3.5 Fotografía atómica del dispositivo de HP.**

La palabra memristor es una contracción de memoria y resistencia. Como su propio nombre indica, el memristor es una resistencia que posee memoria. Para entender mejor su funcionamiento podemos realizar un símil, en el cual la resistencia será el diámetro de un tubo por el que fluye agua, que en nuestro caso será carga eléctrica. En la teoría de circuitos clásica el diámetro de la tubería sería fijo, en cambio con el memristor el diámetro dependerá de la cantidad de agua y del tiempo que fluya. Si el agua fluye a través del tubo en una sola dirección el diámetro se expande con lo que tendremos menor resistencia, en cambio, si se invierte el sentido el diámetro comenzaría a encogerse. Si en este instante cerráramos el paso del agua, el diámetro de la tubería quedaría en ese mismo estado hasta que el agua volviera a fluir.

En la teoría de circuitos clásica tenemos 3 elementos esenciales: la resistencia, la bobina y el condensador. Estos 3 elementos se relacionan mediante 2 de las siguientes variables:

- *Voltaje,  $u$  [V]*
- *Corriente,  $i$  [A]*
- *Carga eléctrica,  $q$  [C]*
- *Flujo magnético,  $\Phi$  [Wb]*

De las 6 posibles combinaciones, 5 son conocidas en la teoría de circuitos clásica:

$$u = R \cdot i \quad (3.1)$$

$$\Phi = L \cdot i_L \quad (3.2)$$

$$q = C \cdot u_C \quad (3.3)$$

Donde la carga y el flujo son:

$$q = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

$$\Phi = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau \quad (3.5)$$

¿Pero que nos relaciona el flujo magnético con la carga eléctrica? Para completar la simetría de la figura 3.6 falta añadir un nuevo elemento: el memristor.

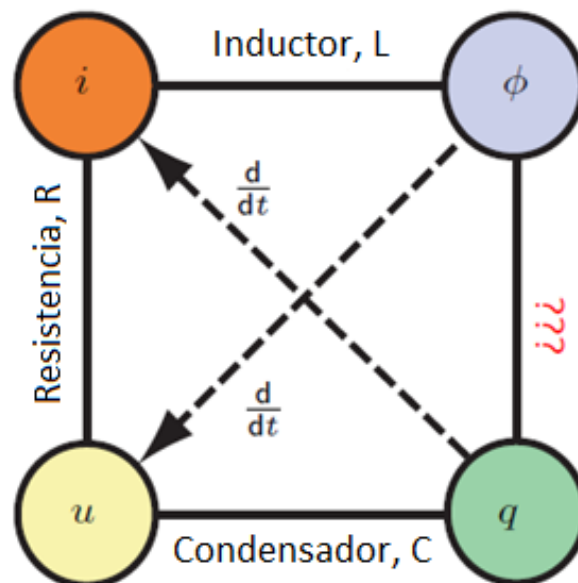
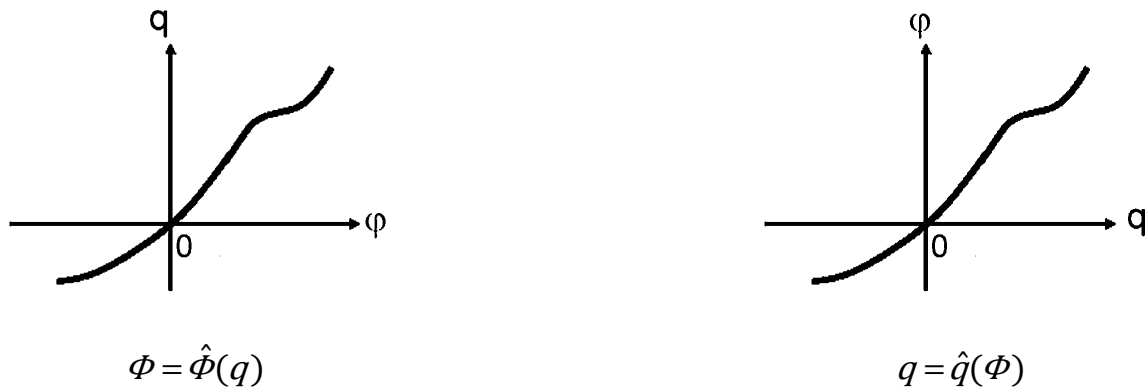


Figura 3.6 Relación de elementos.

El memristor relaciona el flujo magnético y la carga eléctrica. Este elemento puede ser controlado por flujo magnético o por carga eléctrica:



**Figura 3.7 Hipotéticas características  $q - \Phi$  y  $\Phi - q$  del memristor.**

Según una publicación [2] de los investigadores de Hewlett-Packard, con la implantación del memristor se reducirán los costes de fabricación y se verán reducidos el tamaño físico de los circuitos integrados. También atribuyen al memristor la posibilidad desarrollar discos duros con alta densidad de almacenamiento, que substituirán a los actuales. Se aumentará su capacidad de almacenamiento ( $\text{Mb}/\text{mm}^2$ ).

Otra de las aplicaciones que destacan es la implantación de nuevos módulos de memoria RAM. Estos se diferenciarían de los actuales en la no volatilidad, ya que una de las propiedades de los memristores es la de recordar su último estado. Podremos tener ordenadores que se iniciarían instantáneamente, ya que sería como si nunca se hubiesen apagado. Por último destacan una de las aplicaciones que tiene mayor interés, el memristor tiene la capacidad de emular funciones sinápticas.

## 4. Introducción a los elementos pasivos de la teoría de circuitos

Los elementos pasivos son aquellos que consumen o almacenan energía eléctrica; para que los elementos puedan realizar dichas acciones necesitan un aporte energético externo, ya que por sí mismos no representan causas. No pueden ser subdivididos en otros elementos simples. Tienen características únicas, es decir, la relación entre voltaje y corriente en sus terminales los caracterizan.

Los elementos pasivos básicos con un par de terminales son: la resistencia, la bobina y el condensador. Estos 3 elementos son bilaterales, de tal modo que su comportamiento es independiente del sentido de aplicación de la excitación.

La teoría de circuitos es un conjunto de leyes (ley de Ohm, leyes de Kirchhoff, etc.), que nos sirven como herramienta para el estudio, el análisis y diseño de los circuitos eléctricos.

Hay diferentes formas de describir el comportamiento de un elemento. Para explicar la primera tomaremos como ejemplo el descubrimiento de la ley de Ohm. Para su desarrollo se utilizaron fuentes de voltaje (pilas) y resistencias, y aplicando diferentes voltajes se comprobó la relación existente entre intensidad y voltaje, que se define como resistencia.

En otros casos el proceso es inverso tenemos unas ecuaciones teóricas que describen el comportamiento de un elemento, pero no tenemos el elemento físico que las cumpla como por ejemplo el memristor.

### 4.1. La resistencia

El primer elemento que vamos a analizar es la resistencia [4]. Es un elemento físico de 2 terminales que se opone al paso de la intensidad, por ello disipa energía eléctrica en forma de calor por un proceso irreversible. La unidad de la resistencia depende de la variable de control. Si una resistencia está controlada por corriente la unidad de la resistencia es el ohm. En cambio si la variable de control es la tensión la unidad de la resistencia será el siemens.

$$u = f_o(i) \quad (4.1)$$

$$i = f_s(u) \quad (4.2)$$

En la teoría de circuitos su simbología es:

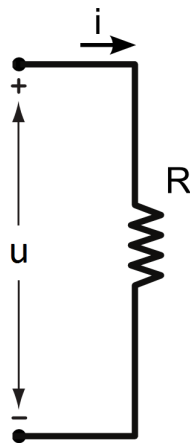


Figura 4.1 Símbolo de la resistencia.

#### 4.1.1. La resistencia lineal

En la característica tensión – corriente de una resistencia lineal, el comportamiento es totalmente proporcional y se cumplen las conocidas ecuaciones de la Ley de Ohm:

$$u = R \cdot i \quad (4.2)$$

$$i = G \cdot u \quad (4.3)$$

La potencia disipada en una resistencia es:

$$p = R \cdot i^2 \quad (4.4)$$

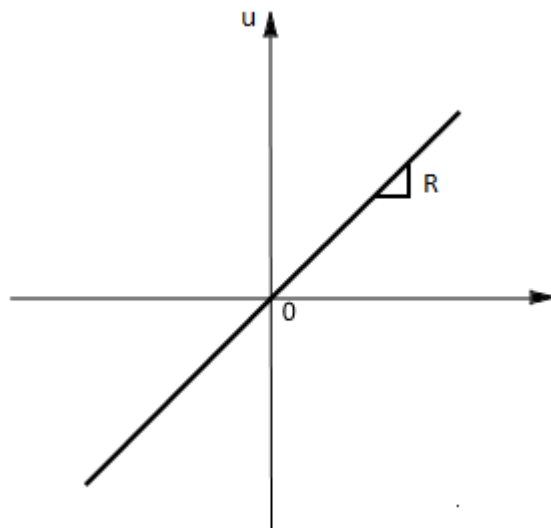


Figura 4.2 Característica u-i resistencia lineal.

Como se puede observar en (4.4) la potencia nunca será negativa, por lo que la resistencia siempre absorberá energía.

#### 4.1.2. La resistencia no lineal

Una resistencia no lineal [6], es aquella en que la relación tensión - corriente es una función no lineal.

Una resistencia no lineal se puede definir como:

$$u = \hat{u}(i) \quad (4.5)$$

$$i = \hat{i}(u) \quad (4.6)$$

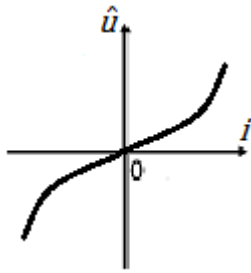


Figura 4.3 Característica u-i resistencia no lineal

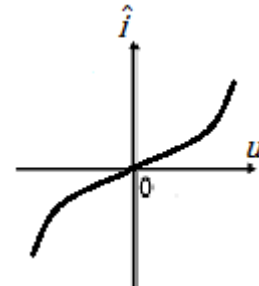


Figura 4.4 Característica i-u resistencia no lineal

Si la función de una resistencia se encuentra en el primer y tercer cuadrante, como se observa en las figuras 4.3 y 4.4, se puede afirmar que la resistencia es pasiva.

#### Ejemplo resistencia no lineal: El diodo

El diodo [4], es un dispositivo de dos terminales cuyo comportamiento no es lineal. Un diodo es un dispositivo de dos terminales que permite el paso de la corriente en una sola dirección.

Una forma de aproximar la característica  $i - v$  del diodo es mediante la ecuación:

$$I_d = I_s \cdot \left[ e^{\left( \frac{u}{n \cdot u_T} \right)} - 1 \right] \quad (4.7)$$

El parámetro ( $I_s$ ) se denomina corriente inversa de saturación del diodo, ( $n$ ) es el factor de idealidad y ( $u_T$ ) se denomina tensión térmica, y su valor es:

$$u_T = \frac{k \cdot T}{q} \quad (4.8)$$

donde ( $k$ ) es la constante de Boltzmann, ( $T$ ) la temperatura de operación del diodo en grados Kelvin, y ( $q$ ) es la carga del electrón.



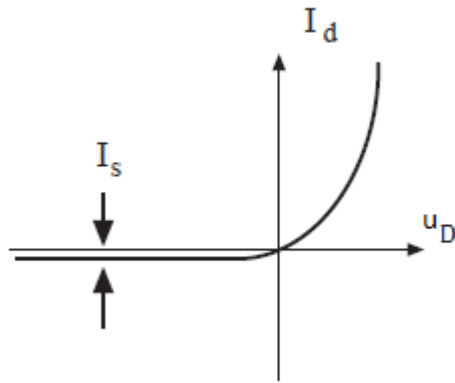


Figura 4.5 Característica i-u diodo.

## 4.2. La bobina

La bobina [5], es un elemento que relaciona la corriente con la integral de la tensión (flujo magnético).

$$\Phi = \int u \, dt \quad (4.9)$$

Se dice que la bobina es un elemento con memoria, ya que el estado actual depende de los estados previos.

La bobina es un componente que tiene la propiedad de almacenar energía en forma de campo magnético.

El flujo magnético es función de la intensidad que la recorre. La unidad de la bobina es el Henry (H).

La simbología utilizada en la teoría de circuitos es:

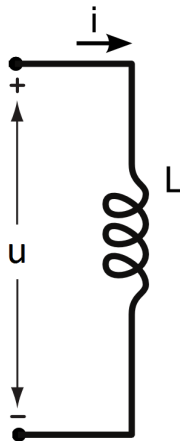


Figura 4.6 Símbolo de la bobina.

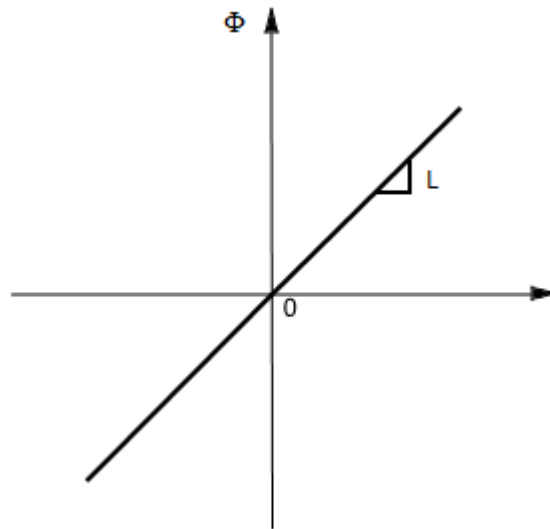
Los conceptos de memoria y almacenamiento de energía constituyen una propiedad fundamental de muchos circuitos electrónicos.

#### 4.2.1. La bobina lineal

La característica flujo magnético – corriente de la bobina lineal es totalmente proporcional.

Una bobina lineal viene definida por:

$$\Phi = L \cdot i . \quad (4.10)$$



**Figura 4.7 Característica  $\Phi$  - i bobina ideal.**

La definición de energía eléctrica de una bobina es:

$$E = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 . \quad (4.11)$$

En una primera aproximación, el valor de la inductancia en el dispositivo típico de una bobina lineal depende de la constante de proporcionalidad (k) y del cuadrado del número de espiras (N). No obstante existen otros tipos de bobinas en los que la inductancia no se rige por estos parámetros.

$$L = k \cdot N^2 . \quad (4.12)$$

Si queremos expresar el comportamiento en función de la tensión y corriente obtenemos la ecuación diferencial:

$$u = L \cdot \frac{di}{dt} . \quad (4.13)$$

#### 4.2.2. La bobina no lineal

En general la bobina se define como un elemento que relaciona el flujo magnético y la corriente. Una bobina puede estar controlada por corriente eléctrica o por flujo magnético [6].

##### BOBINA CONTROLADO POR CORRIENTE

Una bobina controlada por corriente viene definida por,

$$\Phi = \hat{\Phi}(i) \quad (4.14)$$

donde el valor del flujo magnético depende de la intensidad y derivando respecto al tiempo y usando la ecuación (4.9),

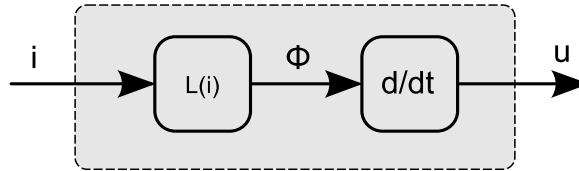
$$u = L(i) \cdot \frac{di}{dt} \quad (4.15)$$

donde,

$$L(i) = \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial i}(i) \quad (4.16)$$

En (4.16) se puede observar que el valor de la inductancia dependerá de la derivada respecto de “i” de la función del flujo magnético. Si esta función es una constante, estaríamos en el caso de una bobina lineal.

La bobina controlada por corriente se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:



**Figura 4.8 Diagrama de bloques de una bobina controlada por corriente.**

##### BOBINA CONTROLADO POR FLUJO MAGNÉTICO

En este caso estamos ante una bobina que viene definida por:

$$i = \hat{i}(\Phi) \quad (4.17)$$

Estamos en un caso análogo en el cual la diferencia radica, en el control de la intensidad que viene dada por la función del flujo magnético.

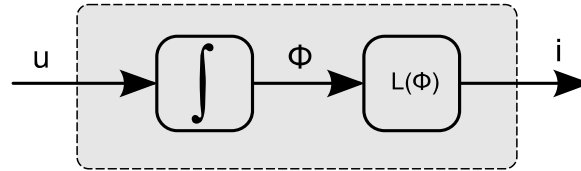
Derivando respecto al tiempo y utilizando la ecuación (4.9):

$$\frac{di}{dt} = L(\Phi)^{-1} \cdot u \quad (4.18)$$

donde,

$$L(\Phi)^{-1} = \frac{\partial i}{\partial \hat{\Phi}}(\Phi) \quad (4.19)$$

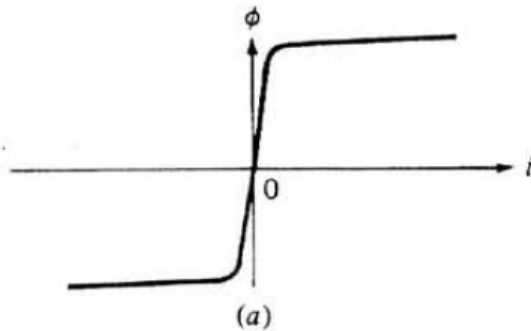
La bobina controlada por flujo magnético se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:



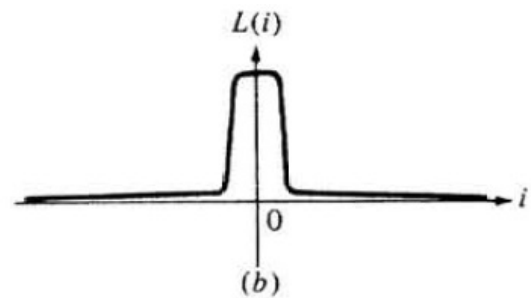
**Figura 4.9 Diagrama de bloques de una bobina controlada por flujo magnético.**

#### **Ejemplo bobina no lineal: Bobina con núcleo ferromagnético**

En la figura 4.10 y 4.11 se puede observar como la inductancia ya no es un valor constante sino que depende de la intensidad que atraviesa la bobina.



**Figura 4.10 Característica  $\Phi$  - i bobina ferromagnética.**



**Figura 4.11 Característica L - i bobina ferromagnética.**

### 4.3. El condensador

El condensador [5], es un elemento que relaciona el voltaje con la integral de la corriente (carga eléctrica).

$$q = \int i \, dt \quad (4.20)$$

Se dice que el condensador es un elemento con memoria, ya que el estado actual depende de los estados previos.

El condensador es un componente que tiene la propiedad de almacenar energía en forma de campo eléctrico.

La unidad del condensador es el Faradio (F), que normalmente debido a su valor se expresa como mF o uF.

La simbología utilizada en la teoría de circuitos es:

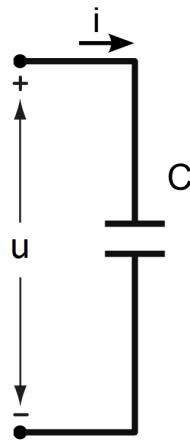


Figura 4.12 Símbolo del condensador.

Los conceptos de memoria y almacenamiento de energía constituyen una propiedad fundamental de muchos circuitos electrónicos.

#### 4.3.1. El condensador lineal

La característica carga eléctrica – tensión de un condensador lineal es totalmente proporcional.

Un condensador lineal viene definido por:

$$q = C \cdot u \quad (4.21)$$

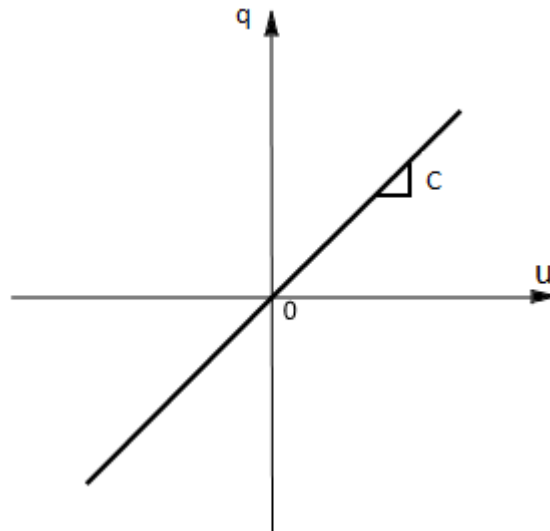


Figura 4.13 Característica q-u condensador ideal.

La definición de energía eléctrica de un condensador es:

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 \quad (4.22)$$

En una primera aproximación, el valor de la capacitancia en el dispositivo típico de un condensador lineal depende de la permeabilidad ( $\epsilon$ ), de su área ( $A$ ) y de la distancia entre placas ( $d$ ). No obstante existen otros tipos de condensadores en los que la capacitancia no se rige por estos parámetros.

$$C = \epsilon \cdot \left( \frac{A}{d} \right) \quad (4.23)$$

Si queremos expresar el comportamiento en función de la intensidad y de la tensión obtenemos la siguiente ecuación diferencial:

$$i = C \cdot \frac{du}{dt} \quad (4.24)$$

### 4.3.2. El condensador no lineal

En general el condensador se define como un elemento que relaciona la carga eléctrica y la tensión. Un condensador puede estar controlado por tensión o por carga eléctrica [6].

#### CONDENSADOR CONTROLADO POR TENSIÓN.

Un condensador controlado por voltaje se define como,

$$q = \hat{q}(u) \quad (4.25)$$

la carga eléctrica del condensador dependerá del valor de la tensión, derivando respecto al tiempo y utilizando la ecuación (4.20), obtenemos:

$$i = C(u) \cdot \frac{du}{dt}, \quad (4.26)$$

donde,

$$C(u) = \frac{\partial \hat{q}}{\partial u}(u). \quad (4.27)$$

Del mismo modo que en la bobina, en el condensador se puede observar que el valor de la capacitancia depende de la derivada respecto de “u” de la función de la carga eléctrica. Siendo esta una constante, estaríamos en el caso de un condensador lineal. La unidad de la capacitancia es el Faradio (F).

El condensador controlado por tensión se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:

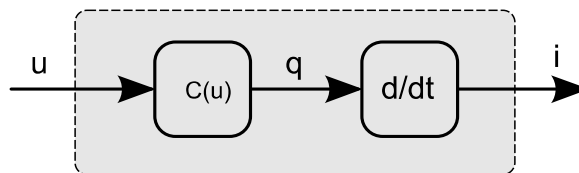


Figura 4.14 Diagrama de bloques de un condensador controlado por tensión.

#### CONDENSADOR CONTROLADO POR CARGA ELÉCTRICA

Un condensador controlado por carga eléctrica viene definido por la siguiente ecuación:

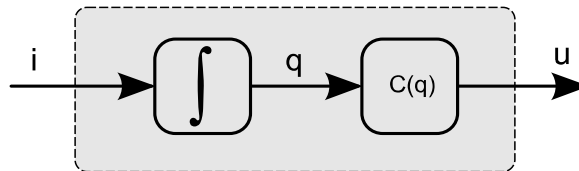
$$u = \hat{u}(q), \quad (4.28)$$

derivando respecto del tiempo y utilizando la ecuación (4.20) obtenemos:

$$\frac{du}{dt} = C(q)^{-1} \cdot i, \quad (4.29)$$

donde,

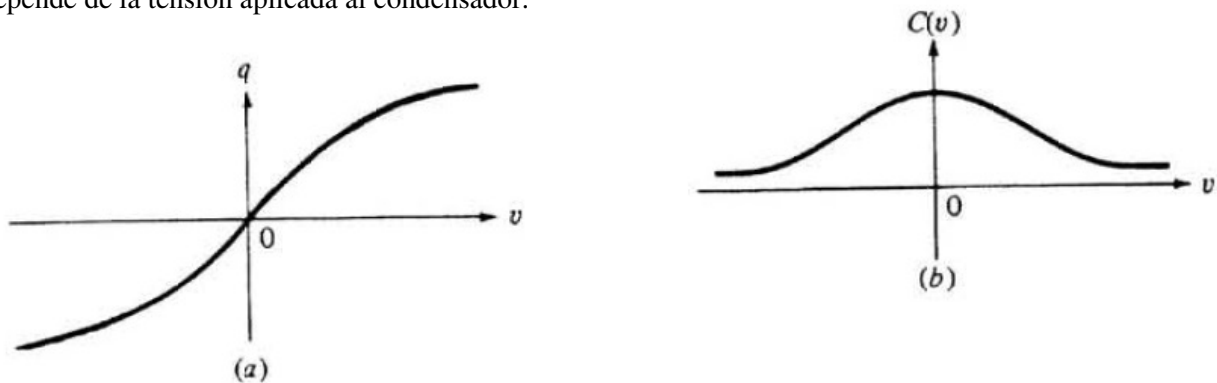
$$C(q)^{-1} = \frac{\partial \hat{u}}{\partial q}(q). \quad (4.30)$$



**Figura 4.15** Diagrama de bloques de un condensador controlado por carga eléctrica.

#### Ejemplo condensador no lineal: Condensador con dieléctrico ferroeléctrico

En la figura 4.16 y 4.17 se puede observar como la capacitancia ya no es un valor constante, sino que depende de la tensión aplicada al condensador.



**Figura 4.16 y 4.17** Característica q-u condensador ferroeléctrico, característica c-u condensador ferroeléctrico.



## 5. Memristor

El memristor, representado en la figura 5.1, cuyo nombre es una contracción entre memoria y resistencia es el elemento de la teoría de circuitos que relaciona el flujo magnético con la carga eléctrica. De la misma forma que una resistencia, el memristor disipa energía en forma de calor, pero además la resistencia está modulada por carga eléctrica o por el flujo magnético. El valor de la resistencia depende de los estados previos.

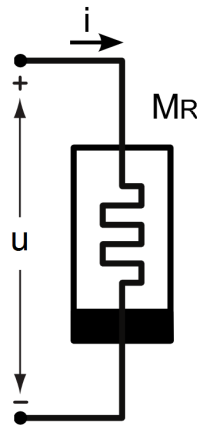


Figura 5.1 Símbolo del memristor.

En función de la entrada del elemento se puede distinguir entre 2 tipos de control [7]. Si la entrada del dispositivo es tensión el memristor estará controlado por flujo magnético. En cambio si la entrada es tensión la variable de control será la carga eléctrica.

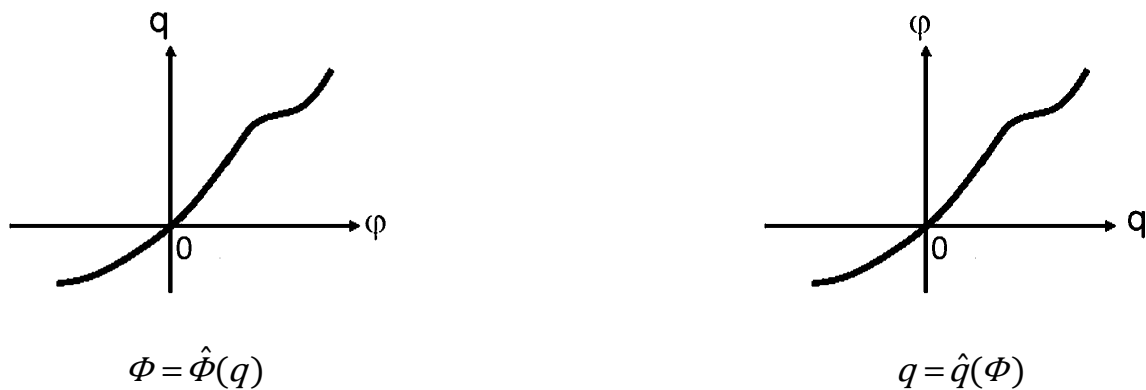


Figura 5.2 Hipotéticas características  $q - \Phi$  y  $\Phi - q$  del memristor.

### 5.1.1. Memristor controlado por carga eléctrica

Un memristor controlado por carga eléctrica viene definido por,

$$\Phi = \hat{\Phi}(q), \quad (5.1)$$

donde el valor de flujo magnético ( $\Phi$ ) depende de la carga eléctrica ( $q$ ). Derivando respecto al tiempo y usando la definición de carga eléctrica y flujo magnético (3.4) y (3.5), se obtiene la relación tensión – corriente:

$$u = M(q) \cdot i, \quad (5.2)$$

$$M(q) = \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial q}(q), \quad (5.3)$$

donde  $M(q)$  es la memristencia. La unidad del memristor controlado por carga es la misma que la de una resistencia, el Ohm [ $\Omega$ ].

El memristor controlado por carga eléctrica se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:

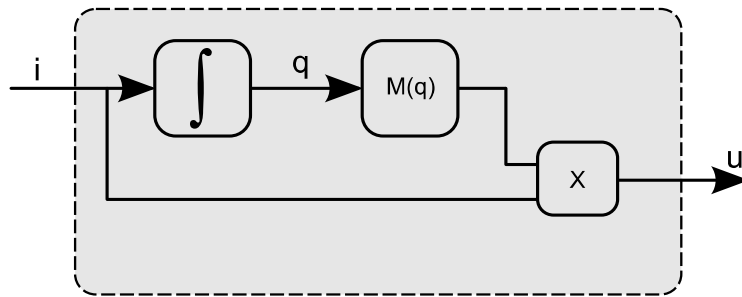


Figura 5.3 Diagrama de bloques de un memristor controlado por carga eléctrica.

### 5.1.2. Memristor controlado por flujo magnético

Un memristor controlado por flujo magnético viene definido por:

$$q = \hat{q}(\Phi), \quad (5.4)$$

donde el valor de la carga ( $q$ ) depende del flujo magnético ( $\Phi$ ). Derivando respecto al tiempo y usando la definición de carga eléctrica y flujo magnético (3.4) y (3.5), se obtiene la relación corriente – tensión:

$$i = M^{-1}(\Phi) \cdot u, \quad (5.5)$$

$$M^{-1}(\Phi) = \frac{\partial \hat{q}}{\partial \Phi}(\Phi), \quad (5.6)$$

donde  $M^{-1}(\Phi)$  es la memductancia. La unidad del memristor controlado por flujo magnético es el Siemens [S].

El memristor controlado por flujo magnético se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:

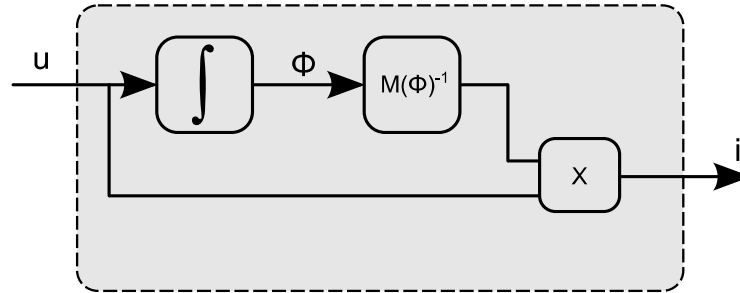


Figura 5.4 Diagrama de bloques memristor controlado por flujo magnético.

### 5.1.3. Propiedades del memristor

#### 1. SIN PROPIEDAD DE DESCARGA.

A diferencia de la bobina y el condensador el memristor no almacena energía aunque es un elemento con memoria. Esta propiedad de descarga se observa en (5.2), si  $u = 0$ , implica que  $i = 0$  y viceversa, independientemente del valor de la memristencia  $M(q)$ . [8]

#### 2. PASIVIDAD.

Un memristor controlado por carga eléctrica es pasivo, pero solo si el valor de la memristencia es positivo, la misma propiedad tiene el memristor controlado por flujo magnético. [8]

$$M(q), M(\Phi) \geq 0. \quad (5.7)$$

#### 3. UN MEMRISTOR LINEAL ES UNA RESISTENCIA LINEAL.

Para realizar el ejemplo de cómo un memristor lineal se comporta como una resistencia lineal, consideraremos que tenemos un memristor controlado por carga eléctrica:

En el que su función es

$$\hat{\Phi} = k \cdot q, \quad (5.8)$$

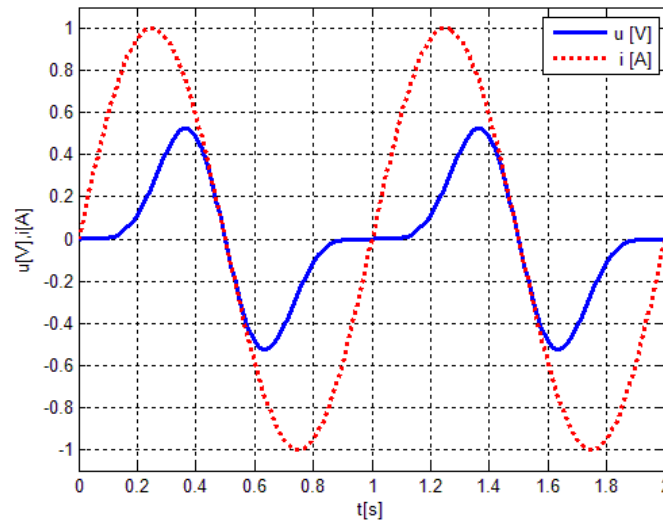
donde “k” es una constante con un valor mayor que 0. Derivando respecto al tiempo dicha función y utilizando las ecuaciones (3.4) y (3.5), obtenemos:

$$u = k \cdot i. \quad (5.9)$$

Lo cual nos lleva directamente a una resistencia lineal. [8]

#### 5.1.4. Simulación del memristor controlado por carga eléctrica (q)

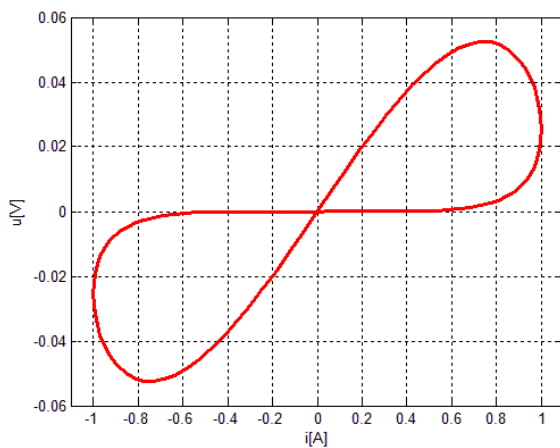
En las siguientes figuras se ha realizado la simulación de un memristor controlado por carga eléctrica con una característica,  $\phi(q) = (1/3)q^3$ . Aplicando una corriente sinusoidal de 1 Hz como señal de entrada.



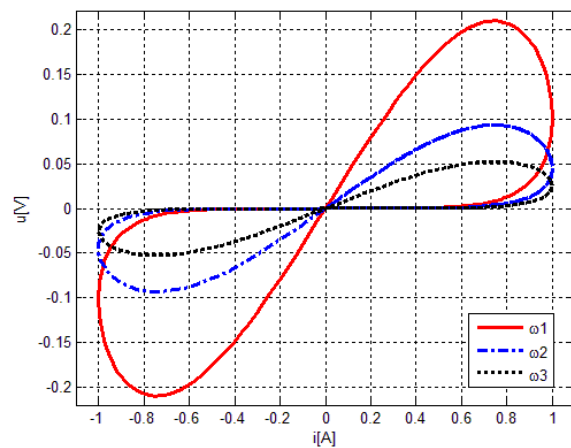
**Figura 5.5 Evolución respecto al tiempo de la intensidad y la tensión.**

En la figura 5.5, tenemos una señal de entrada sinusoidal y en cambio como respuesta de salida obtenemos una onda no sinusoidal, debido a la característica no lineal del elemento, figura 5.8.

La propiedad de no descarga se observa en el gráfico ya que ambas magnitudes, a su vez, pasan por el 0 por lo tanto no existe almacenamiento de energía.



**Figura 5.6 Característica u-i.**



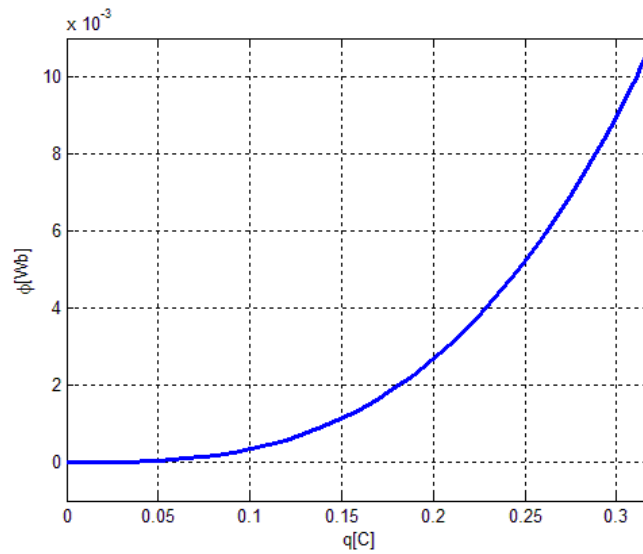
**Figura 5.7 Característica u-i a diferentes frecuencias.**

En la gráfica 5.6 podemos observar el bucle de histéresis, que representa la característica tensión – corriente de un memristor controlado por carga eléctrica. En esta gráfica no encontramos una única relación tensión-corriente sino que encontramos varias. Si nos fijamos por cada valor de intensidad tenemos 2 posibles valores de tensión. Este comportamiento es el que proviene del efecto de la memoria, en función de la

corriente que haya pasado por el dispositivo obtendremos un valor de tensión o otro. Si tuviéramos una resistencia lineal esta relación sería una recta y si fuera una resistencia no lineal sería una función, pero por cada valor de intensidad tendríamos un único valor de tensión.

El memristor se comporta como una resistencia porque por cada valor de intensidad obtenemos un valor de tensión, pero para determinarlo necesitamos saber la historia pasada del dispositivo.

En la figura 5.7, vemos el efecto que tiene la frecuencia sobre el bucle de histéresis de un memristor. Si la frecuencia aumenta el área de los bucles decrece y viceversa. En el caso de someter a un memristor no lineal a una frecuencia infinita, este se comportaría como una resistencia lineal.



**Figura 5.8 Relación constitutiva de un memristor no lineal.**

La figura 5.8 corresponde a la relación constitutiva (5.10). Al ser derivada respecto la carga eléctrica (q) nos da una relación cuadrática (5.11). Con esta función nuestro memristor se comporta de forma no lineal. Como ya se comentó en apartados anteriores, si la relación constitutiva es una constante el memristor se comporta como una resistencia clásica.

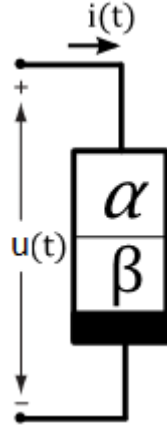
$$\hat{\Phi}(q) = \frac{1}{3} \cdot q^3. \quad (5.10)$$

$$M(q) = \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial q}(q) = q^2. \quad (5.11)$$

## 6. Elementos de orden superior

Hay muchos elementos que no se puede modelar usando solo circuitos convencionales. Los elementos de orden superior proporcionan una formulación completa para la teoría de circuitos no lineal [9].

Un elemento de dos terminales de orden superior se representa como en la figura 6.1,



**Figura 6.1 Representación de los elementos de orden superior.**

donde  $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$  y se utilizan para definir el orden de la derivada respecto al tiempo.

$$u^\alpha = \frac{d^\alpha u}{dt^\alpha} \quad (6.1)$$

$$i^\beta = \frac{d^\beta i}{dt^\beta} \quad (6.2)$$

De forma general, la relación constitutiva de un elemento de orden superior viene definida por,

$$u^\alpha = f(i^\beta), \quad (6.3)$$

o recíprocamente,

$$i^\beta = g(u^\alpha). \quad (6.4)$$

A partir de (6.3) se pueden definir los elementos clásicos de la teoría de circuitos como:

$$\alpha = 0, \quad \beta = 0 \text{ es una resistencia} \quad (u = f(i)).$$

$$\alpha = -1, \quad \beta = 0 \text{ es una inductancia} \quad (\Phi = f(i)).$$

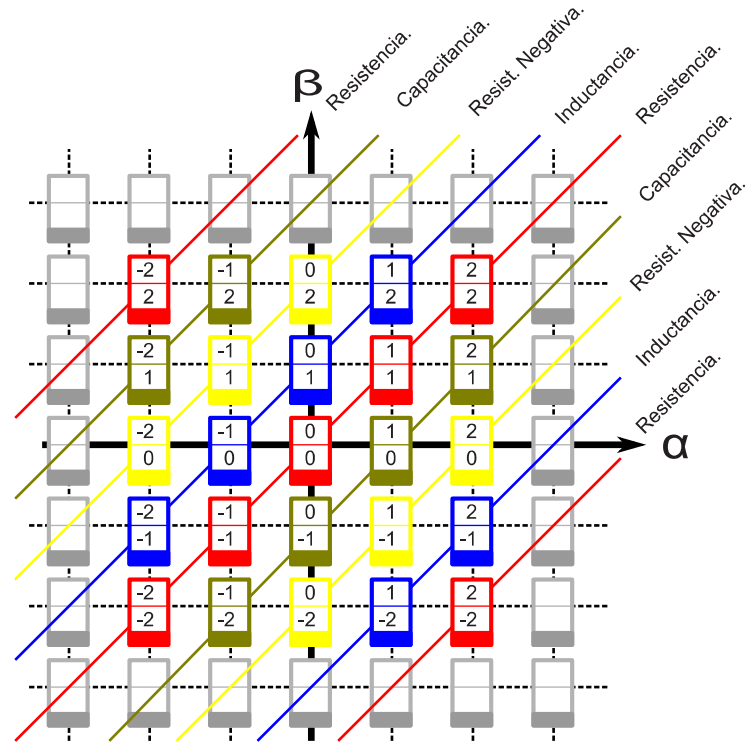
$$\alpha = 0, \quad \beta = -1 \text{ es un condensador} \quad (u = f(q)).$$

$$\alpha = -1, \quad \beta = -1 \text{ es un memristor} \quad (\Phi = f(q)).$$

Si se define  $\rho = \int \phi \, dt$  ( $\dot{\rho} = \phi$ ) y  $\sigma = \int q \, dt$  ( $\dot{\sigma} = q$ ) encontramos los elementos llamados meminductor y memcapacitor. Estos se pueden definir como:

$$\alpha = -1, \beta = -2 \text{ es un meminductor} \quad (q = f(\rho)).$$

$$\alpha = -2, \beta = -1 \text{ es un memcapacitor} \quad (\Phi = f(\sigma)).$$



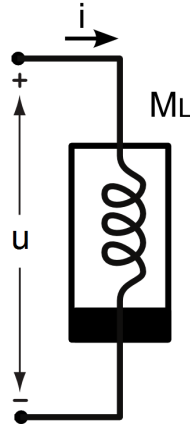
**Figura 6.2** Tabla de elementos de orden superior.

Los elementos descritos anteriormente pueden representarse en la figura 6.2, llamada tabla de los elementos de 2 terminales [10]. En ella podemos encontrar los elementos definidos anteriormente. Podemos decir que todos los elementos que están en la misma línea se comportan de la misma forma. Por ejemplo, en la línea de la resistencia todos los elementos se comportan como una resistencia, y en el caso lineal todos los elementos de una misma línea se confundirían.



## 6.1. Meminductor

El meminductor [7], representado en la figura 6.3, es el elemento de la teoría de circuitos que relaciona la carga eléctrica con la integral del flujo magnético,  $\rho$  [Wb·s].



**Figura 6.3 Simbología del meminductor.**

El meminductor, de la misma forma que el inductor, almacena energía magnética, pero además la inductancia está modulada por la carga (o la integral del flujo).

Un meminductor se comporta de la misma forma que un memristor pero este está controlado por una variable con un nivel por debajo.

Podemos definir el meminductor por la relación constitutiva,

$$\rho = \hat{\rho}(q). \quad (6.5)$$

Donde la variable  $\rho$  se define como:

$$\rho = \int \Phi dt. \quad (6.6)$$

Aplicando el principio de dualidad [7], también podemos decir que un meminductor está definido por la relación constitutiva,

$$q = \hat{q}(\rho). \quad (6.7)$$

Un meminductor puede ser controlado por carga eléctrica o por la integral del flujo magnético ( $\rho$ ).

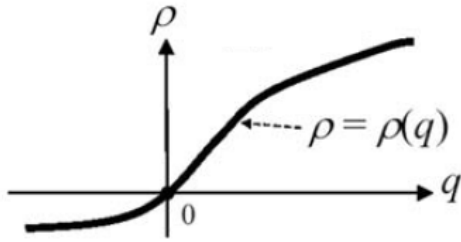


Figura 6.4 Hipotética característica  $\rho$  -  $q$ .

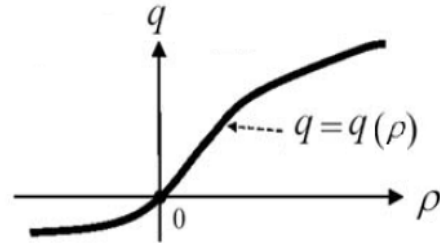


Figura 6.5 Hipotética característica  $q$  -  $\rho$ .

En ambas gráficas se muestran características no lineales. En el caso particular de una meminductancia lineal, el comportamiento será el mismo al del una inductancia lineal.

### 6.1.1. Meminductor controlado por la variable $\rho$

Un meminductor controlado por la variable  $\rho$  viene definido por:

$$q = \hat{q}(\rho),$$

donde el valor de la carga depende de la variable  $\rho$ . Derivando respecto al tiempo y utilizando las ecuaciones (3.4) y (6.6), obtenemos la relación  $i - \Phi$ :

$$i = M_L^{-1}(\rho) \cdot \Phi, \quad (6.8)$$

$$M_L^{-1}(\rho) = \frac{\partial \hat{q}}{\partial \rho}(\rho), \quad (6.9)$$

donde  $M^{-1}(\rho)$  es la inversa de la meminductancia, la unidad es el Henry (H).

El meminductor controlado por la variable  $\rho$  se puede representar mediante el siguiente diagrama de bloques:

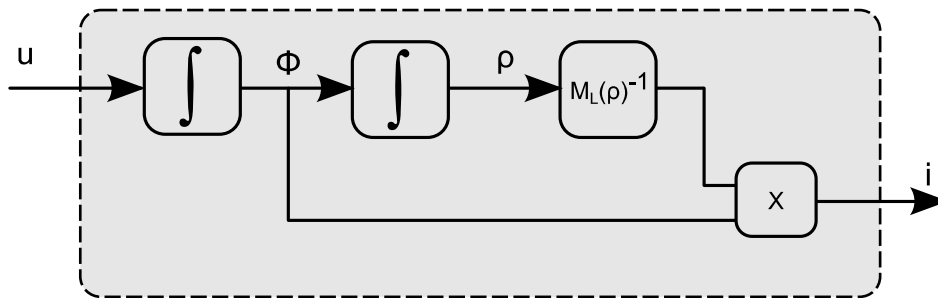


Figura 6.6 Diagrama de bloques de un meminductor controlado por la variable  $\rho$ .

### 6.1.2. Meminductor controlado por carga eléctrica

Un meminductor controlado por carga eléctrica viene definido por:

$$\rho = \hat{\rho}(q),$$

donde el valor de la variable  $\rho$  depende del valor de la carga eléctrica. Derivando respecto al tiempo y utilizando las ecuaciones (3.4) y (6.6), obtenemos la relación  $\Phi - i$ :

$$\Phi = M_L(q) \cdot i, \quad (6.10)$$

$$M_L(q) = \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial q}(q), \quad (6.11)$$

donde  $M(q)$  es la meminductancia. La unidad del meminductor controlado por carga eléctrica es el Henry (H).

El meminductor controlado por la carga eléctrica se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:

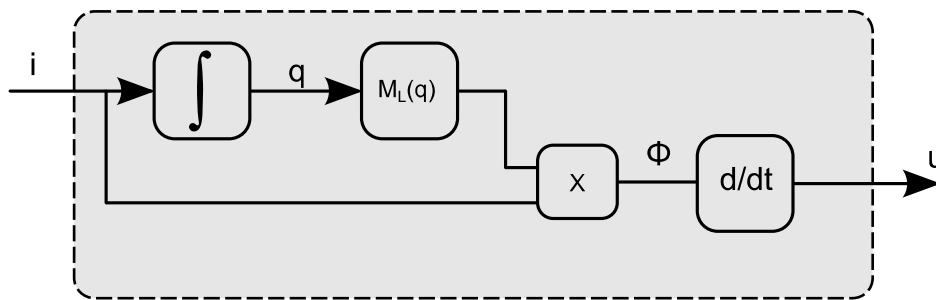
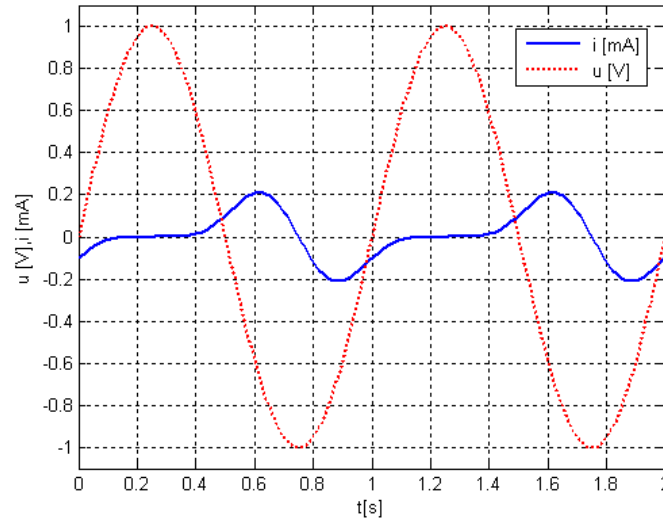


Figura 6.7 Diagrama de bloques de un meminductor controlado por carga eléctrica.

### 6.1.3. Simulación del meminductor controlado por la variable $\rho$

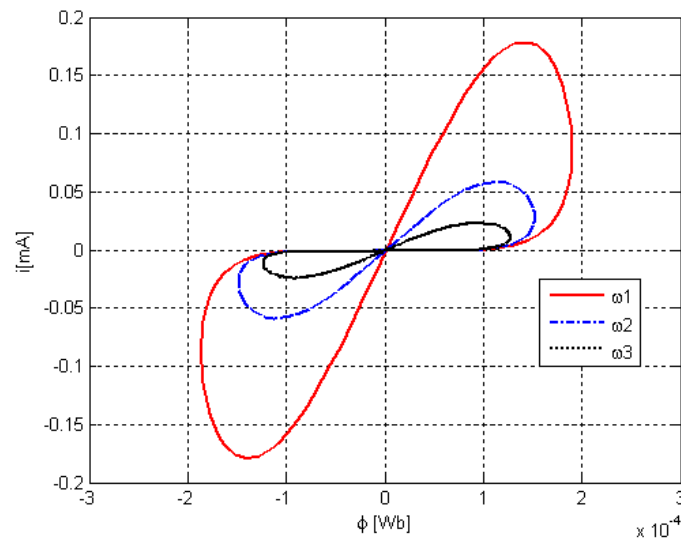
En las siguientes figuras se ha realizado la simulación de un meminductor controlado por la integral del flujo magnético ( $\rho$ ). Aplicando como señal de entrada una tensión sinusoidal de 1Hz con una característica  $q(\rho) = (1/3)\rho^3$ .



**Figura 6.8 Evolución respecto al tiempo de la tensión y la intensidad.**

En la figura 6.8 se observa una señal de entrada sinusoidal, en cambio, como respuesta obtenemos una onda que no es sinusoidal, debido a la no linealidad del elemento.

La propiedad de descarga se observa en el gráfico ya que el paso por 0 no coincide, por lo tanto existe almacenamiento de energía.

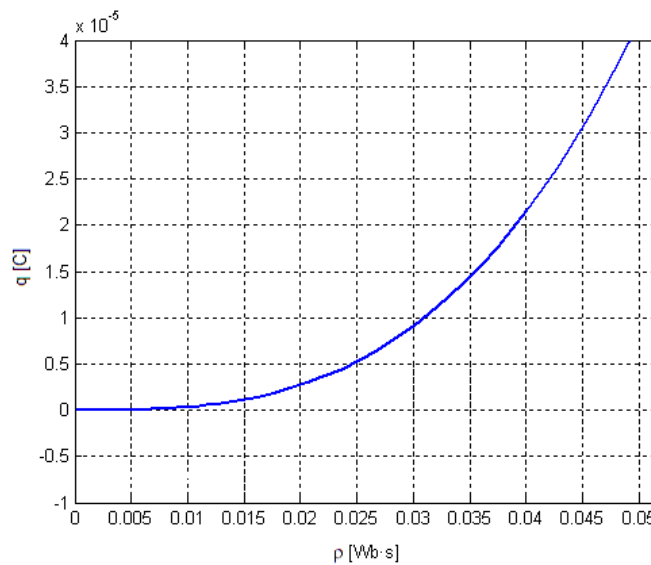


**Figura 6.9 Característica  $i - \Phi$  a diferentes frecuencias.**

La gráfica 6.9 representa la característica intensidad – flujo magnético de un meminductor controlado por la variable  $\rho$ . No encontramos una única relación intensidad - flujo sino que encontramos varias. Como en el caso del memristor encontramos 2 posibles valores de intensidad. Este comportamiento proviene del efecto de la memoria.

El meminductor se comporta como una inductancia porque por cada valor de flujo magnético obtenemos un valor de intensidad, pero para determinarlo necesitamos saber la historia pasada del dispositivo.

En la misma figura también observamos el efecto que tiene la frecuencia sobre el bucle de histéresis de un meminductor, si variamos la frecuencia también varía el área del bucle de histéresis, a más frecuencia menor será el área.



**Figura 6.10 Relación constitutiva del meminductor.**

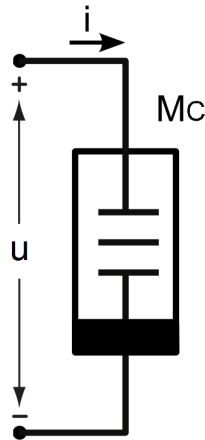
La figura 6.10 corresponde a la relación constitutiva (6.12). Al ser derivada respecto a la variable  $\rho$  nos da una relación cuadrática (6.13). Con esta función nuestro meminductor se comporta de forma no lineal.

$$\hat{q}(\rho) = \frac{1}{3} \cdot \rho^3. \quad (6.12)$$

$$M(\rho) = \frac{\partial \hat{q}}{\partial \rho}(\rho) = \rho^2. \quad (6.13)$$

## 6.2. Memcapacitor

El memcapacitor [7], representado en la figura 6.11 es el elemento de la teoría de circuitos que relaciona el flujo magnético con la integral de la carga eléctrica,  $\sigma$  [C·s].



**Figura 6.11 Simbología del memcapacitor.**

El memcapacitor, de la misma forma que un condensador, almacena energía en forma de campo eléctrico, pero además la capacitancia está modulada por el flujo magnético o por la integral de la carga eléctrica ( $\sigma$ ).

Un memcapacitor se comporta de la misma forma que un memristor, pero este está controlado por una variable un nivel por debajo.

Podemos definir el memcapacitor por la relación constitutiva,

$$\sigma = \hat{\sigma}(\Phi), \quad (6.14)$$

donde la variable  $\sigma$  se puede definir como:

$$\sigma = \int q \, dt. \quad (6.15)$$

Un memcapacitor también puede estar controlado por la variable  $\sigma$ , de tal modo que la relación constitutiva es:

$$\Phi = \hat{\Phi}(\sigma). \quad (6.16)$$

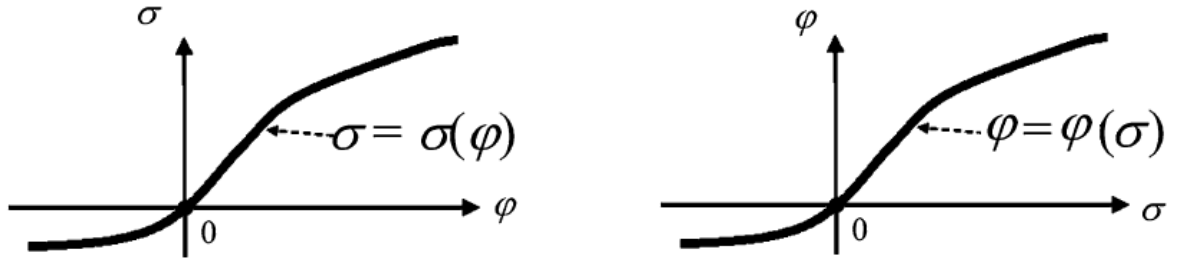


Figura 6.12 Hipotéticas características  $\sigma - \Phi$  y  $\Phi - \sigma$  del meminductor.

En ambas gráficas se muestran características no lineales, al igual que en un memristor si la relación constitutiva fuese lineal el meminductor comportaría como una inductancia.

### 6.2.1. Memcapacitor controlado por la variable $\sigma$

Un memcapacitor controlado por la variable  $\sigma$  viene definido por:

$$\Phi = \hat{\Phi}(\sigma),$$

donde el valor del flujo magnético depende de la integral de la carga eléctrica ( $\sigma$ ). Derivando respecto al tiempo y utilizando las ecuaciones (3.5) y (6.15), obtenemos la relación  $u - q$ :

$$u = M_c^{-1}(\sigma) \cdot q, \quad (6.17)$$

$$M_c^{-1}(\sigma) = \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial \sigma}(\sigma), \quad (6.18)$$

donde  $M_c^{-1}(\sigma)$  es la inversa de la memcapacitancia, la unidad del memcapacitor controlado por la variable  $\sigma$  es el Faradio (F).

El memcapacitor controlado por la integral de la carga ( $\sigma$ ), se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:

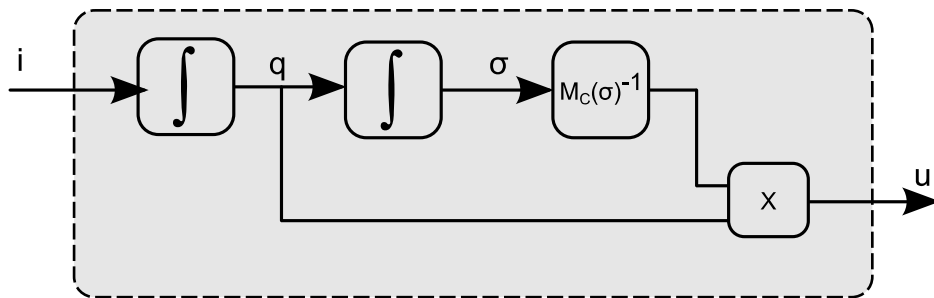


Figura 6.13 Diagrama de bloques de un memcapacitor controlado por la variable  $\sigma$ .

### 6.2.2. Memcapacitor controlado por flujo magnético

Un memcapacitor controlado por el flujo magnético viene definido por:

$$\sigma = \hat{\sigma}(\Phi),$$

donde el valor de la integral de la carga eléctrica ( $\sigma$ ) depende del flujo magnético. Derivando respecto al tiempo y utilizando las ecuaciones (3.5) y (6.15), obtenemos la relación  $q - u$ :

$$q = M_c(\Phi) \cdot u, \quad (6.19)$$

$$M_c(\Phi) = \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial \Phi}(\Phi), \quad (6.20)$$

donde  $M_c(\Phi)$  es la memcapacitancia, la unidad del memcapacitor controlado por el flujo magnético es el Faradio (F).

El memcapacitor controlado flujo magnético se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:

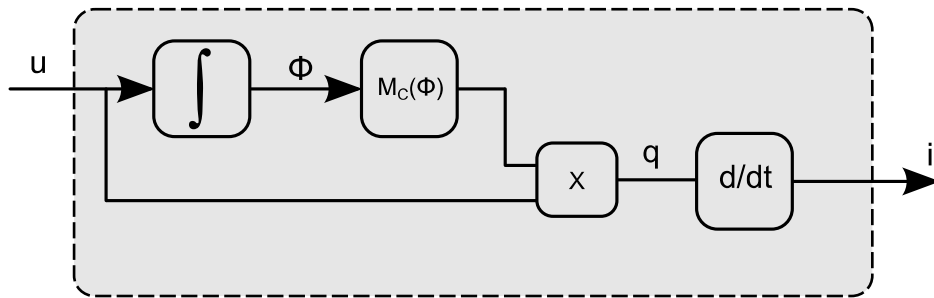


Figura 6.14 Diagrama de bloques de un memcapacitor controlado por flujo magnético.



## 7. Elementos mecánicos con memoria

Los sistemas mecánicos y eléctricos presentan ciertas analogías [11]. En el caso de los elementos clásicos como: la resistencia, la bobina y el condensador en el dominio mecánico son el amortiguador, el muelle y la masa.

Chua demostró que se puede relacionar la carga eléctrica con el flujo magnético mediante el memristor.

¿Qué pasa con los sistemas mecánicos?

Desde una perspectiva matemática, el comportamiento de cada uno de estos bloques de construcción se describe mediante una relación entre dos de las cuatro variables mecánicas básicas.

- *Fuerza,  $f$  [N]*
- *Velocidad,  $v$  [m/s]*
- *Posición,  $q$  [m]*
- *Momento,  $p$  [Nm]*

De las 6 posibles combinaciones, 5 son conocidas:

$$\text{Amortiguador} \rightarrow v = b \cdot f \quad (7.1)$$

$$\text{Muelle} \rightarrow q = k \cdot f \quad (7.2)$$

$$\text{Masa} \rightarrow p = m \cdot v \quad (7.3)$$

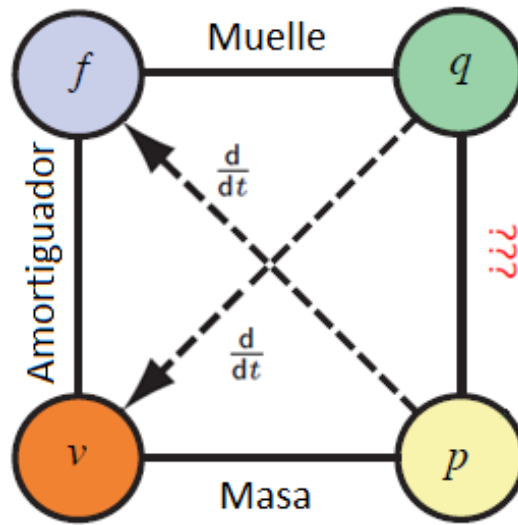
Donde la posición ( $q$ ) y el momento ( $p$ ) vienen definidas por:

$$q = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (7.4)$$

$$p = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \quad (7.5)$$

Un amortiguador se describe por una relación entre la fuerza y la velocidad, una masa por la velocidad y el momento y un muelle por la fuerza y la posición.

¿Ahora bien qué relación existe entre la posición y el momento?

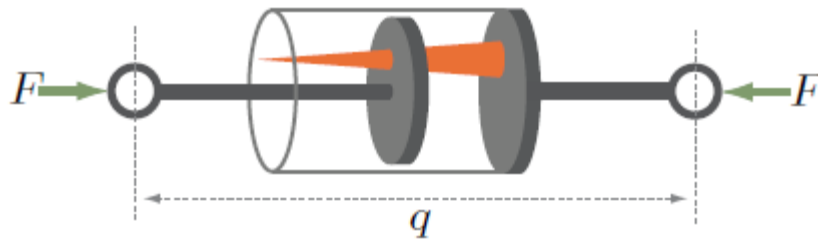


**Figura 7.1 Relación elementos básicos mecánicos.**

De la misma forma que en los sistemas eléctricos, en los mecánicos queda por definir el elemento que nos relaciona el momento con la posición o desplazamiento.

### 7.1. Amortiguador de aire cónico

Una analogía del memristor en el dominio mecánico sería un amortiguador de aire cónico [11], representado en la figura 7.2. En este sistema el momento ( $p$ ) viene dado por el valor de la posición ( $q$ ). Del mismo modo que en el dominio eléctrico, este sistema puede ser controlado por la posición, pero también puede ser controlado por el momento.



**Figura 7.2 Representación amortiguador de aire cónico.**

El amortiguador de aire cónico controlado por la posición viene definido por:

$$p = \hat{p}(q), \quad (7.6)$$

donde el valor del momento depende de la posición,  $f$  denota la fuerza y  $v$  la velocidad. Derivando respecto al tiempo y utilizando las ecuaciones (7.4) y (7.5) obtenemos la relación  $f - v$ :

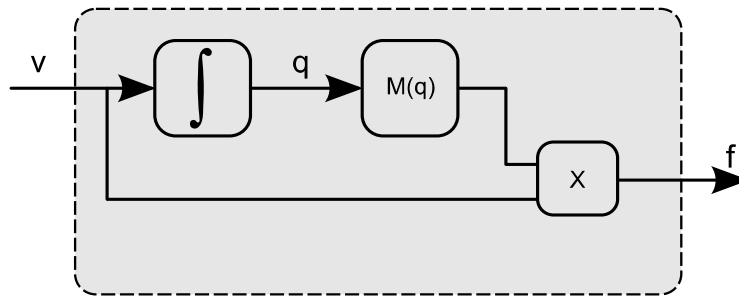
$$f = M(q) \cdot v, \quad (7.7)$$

$$M(q) = \frac{\partial \hat{p}}{\partial q}(q), \quad (7.8)$$

donde  $M(q)$  es la memfricción, la unidad de la memfricción controlado por la posición son kg/s.

La fuerza de este elemento es proporcional al coeficiente de fregamiento multiplicado por la velocidad, como se ve en (7.7), pero este coeficiente de fricción, que se representa mediante el cono dependerá de la posición, ya que cuanto más introducido esté más fregamiento habrá. Como la posición es la derivada de la velocidad (7.4) vemos que el sistema se comporta como un memristor. Si miramos las ecuaciones del memristor (5.5) y las de este elemento (7.7) vemos que son análogas. En vez de tener tensión tenemos fuerza, no tenemos carga, sino posición y en vez de corriente tenemos velocidad. Este es un ejemplo intuitivo que se comporta como un memristor.

Nuestro ejemplo mecánico controlado por la posición se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:



**Figura 7.3 Diagrama de bloques amortiguador de aire cónico controlado por el desplazamiento.**

El sistema mecánico también puede venir definido por:

$$q = \hat{q}(p), \quad (7.9)$$

la relación v-f es:

$$v = M^{-1}(p) \cdot f, \quad (7.10)$$

$$M^{-1}(p) = \frac{\partial \hat{q}}{\partial p}(p), \quad (7.11)$$

donde  $M^{-1}(p)$  es la inversa de la memfricción, la unidad de la memfricción controlado por la posición son kg/s.

Nuestro ejemplo mecánico controlado por el momento puede representarse por el siguiente diagrama de bloques:

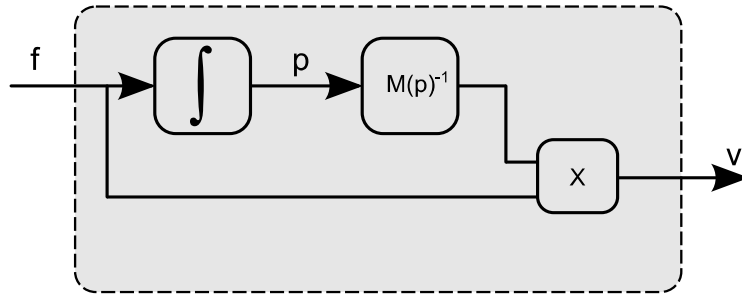


Figura 7.4 Diagrama de bloques amortiguador de aire cónico controlado por el coeficiente de fricción.

## 7.2. Carrete con cable enrollado

Un sistema mecánico análogo a un meminductor o memcapacitor sería ser un carrete con cable enrollado [11]. En la figura 7.5 se puede apreciar el esquema del sistema mecánico.

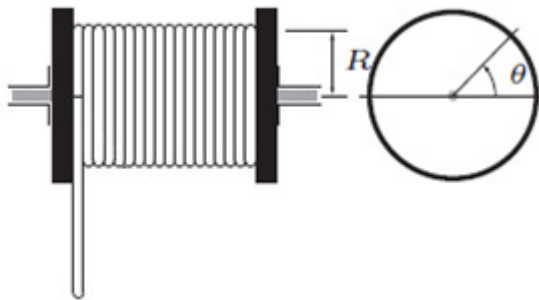


Figura 7.5 Representación carrete con cable enrollado.

En este ejemplo tenemos un tambor con una masa que se puede ir enrollando o desplegando. Esta masa es significativa respecto a la inercia del tambor, por tanto, cuando enrolle formara parte de la inercia. Una cosa a tener en cuenta es que consideramos por separado la inercia del tambor y la masa del cable desplegado. Si consideráramos todo el conjunto no habría efecto memoria, así que solo consideramos la inercia que está enrollada.

Supondremos que el tambor, en vacío, tiene un radio  $R$  (m) y una inercia  $I_0$  ( $\text{kg/m}^2$ ). Para simplificar el sistema supondremos que el diámetro del cable es muy inferior al del radio del carrete, por lo que todo el cable enrollado cabe en una sola capa. La masa del cable por unidad de longitud se denota por  $\mu$  (kgm) y la posición angular del carrete vendrá definida por  $\theta$  (rad).

Del sistema haremos dos modelos, en el primero supondremos que el cable es infinito. El carrete nunca se quedará sin cable al girar en un solo sentido. En cambio, en el segundo modelo el cable tendrá una longitud  $L$  (m). Si se gira el carrete en un mismo sentido, llegará un momento en el que dicho cable se volverá a enrollar por el lado opuesto del carrete.

### 7.2.1. Carrete con cable enrollado infinito

El sistema viene definido por:

$$\rho = \hat{\rho}(\theta), \quad (7.12)$$

donde el valor del momento depende de la posición angular. Derivando respecto al tiempo y utilizando las siguientes relaciones:

$$\dot{\rho} = p, \quad (7.13)$$

$$\dot{\theta} = \omega, \quad (7.14)$$

obtenemos la relación p- $\omega$ :

$$p = \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \theta}(\theta) \cdot \omega, \quad (7.15)$$

donde:

$$I(\theta) = \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \theta}(\theta). \quad (7.16)$$

En nuestro ejemplo supondremos que el carrete de cable tiene la siguiente inercia:

$$I(\theta) = I_0 + \mu \cdot R^3 \cdot \theta. \quad (7.17)$$

Así pues obtenemos:

$$p = I(\theta) \cdot \omega. \quad (7.18)$$

El momento de este elemento es la inercia multiplicada por la velocidad angular, donde la inercia es función de la posición angular, como se puede ver en (7.18). Si miramos las ecuaciones del meminductor (6.10) y las de este sistema (7.18), vemos que son análogas. En vez de tener momento tenemos flujo magnético, no tenemos velocidad angular, sino corriente y en vez de posición angular tenemos carga eléctrica. Este es un ejemplo intuitivo que se comporta como un meminductor.

En (7.17) se puede ver como el valor de la inercia dependerá de la posición, pero también del valor de los otros 2 parámetros, prestando especial atención en el valor de  $\mu$  ya que si éste toma valor nulo el sistema será lineal.

Este primer modelo del carrete con cable se puede representar por el siguiente diagrama de bloques:

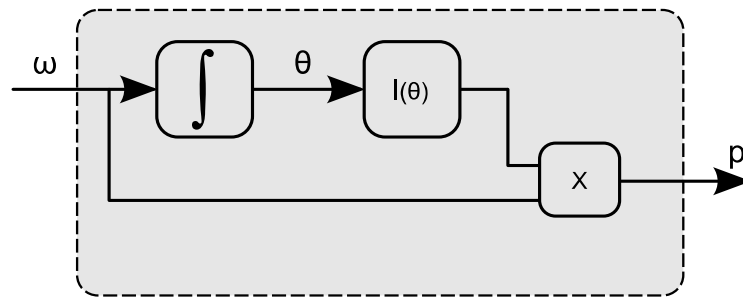


Figura 7.6 Diagrama de bloques carrete de cable enrollado controlado por la posición angular.

### 7.2.2. Simulación del carrete con cable enrollado infinito

En las siguientes figuras se ha realizado la simulación de un carrete con cable enrollado infinito controlado por la posición angular. Aplicando como señal de entrada una tensión sinusoidal y con los siguientes parámetros en (7.17),  $I_0 = 5 \text{ kgm}^2$ ,  $R = 1 \text{ m}$ ,  $A = 10 \text{ rad s}^{-1}$ , and  $f = 2 \text{ Hz}$ .

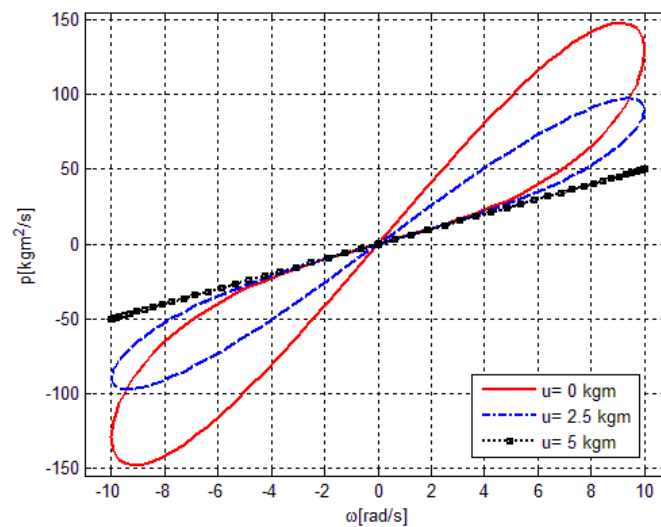
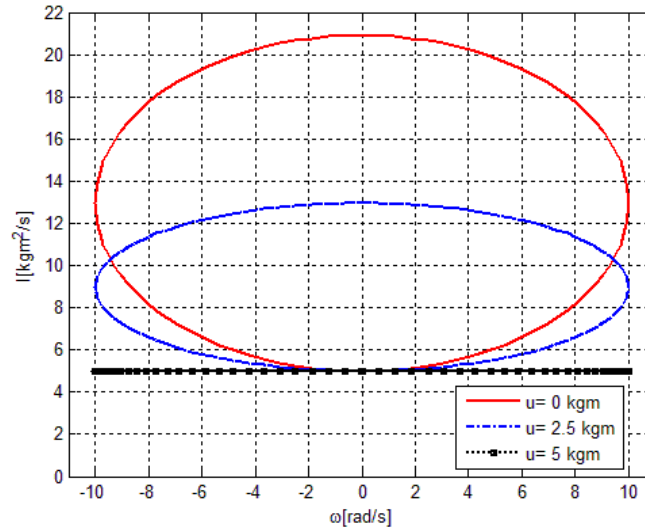


Figura 7.7 Característica  $p-\omega$  con diferente valor de  $\mu$ .

La gráfica 7.7, representa la característica  $p - \omega$  del carrete con cable enrollado infinito controlado por la posición angular. Se puede observar que por cada valor de entrada podemos tener 2 posibles valores de salida. Como ya se vio en el capítulo anterior del meminductor sabemos que en un ciclo de histéresis al cambiar la frecuencia nos cambia el área de la misma. En el caso que nos ocupa, si nos fijamos en la ecuación (7.17), se observa que el parámetro  $\mu$ , es decir, el peso por metro del cable de nuestro sistema afecta al valor de la inercia. Si el peso del cable es mayor que 0 nuestro sistema no es lineal siempre que la relación constitutiva tampoco lo sea. En cambio, si  $\mu$  toma valor de 0 nos encontramos ante un sistema lineal.



**Figura 7.8 Característica I-ω con diferente valor de μ.**

En esta figura 7.8 vemos que el valor de la inercia se mantiene constante si el valor de “μ” es 0. Aunque se despliegue cable el valor de la inercia no variará ya que siempre tendrá el valor de  $I_0$ , es decir, la propia inercia del tambor. En cambio si el valor es superior a 0 y aplicamos velocidad angular el valor de la inercia variará.

### 7.2.3. Carrete con cable enrollado finito

En el segundo modelo tenemos en cuenta que el cable tiene un valor finito. Por lo que se añadirá una saturación al valor de la inercia. Esto es fácil de comprender, si imaginamos un cable enrollado a un tambor y seguimos girando en ese mismo sentido no se podrá recoger más cable, ya que este tiene un valor finito, por lo que el valor de inercia de ese tambor no aumentará.

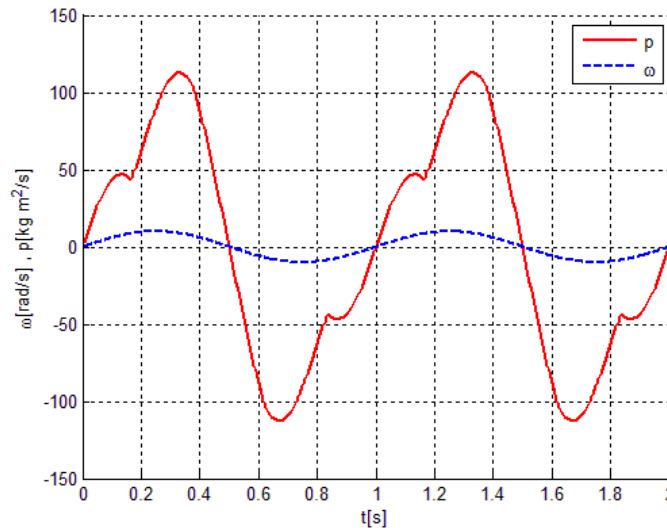
En este caso el desarrollo es igual al interior, pero tenemos un nuevo parámetro, la longitud de cable que puede ser enrollado o desenrollado.

El valor de la inercia en este modelo vendrá definido por:

$$I(\theta) = I_0 + \mu \cdot R^3 \cdot |\theta| - \mu \cdot R^2 (R \cdot |\theta| - I) \cdot \frac{1}{2} \cdot (\text{sgn}(R \cdot |\theta| - I) + 1) \quad (7.19)$$

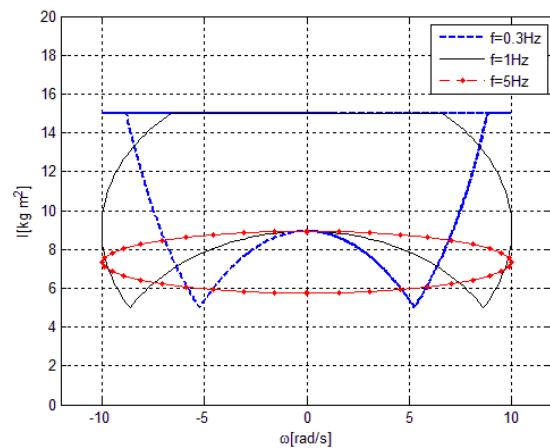
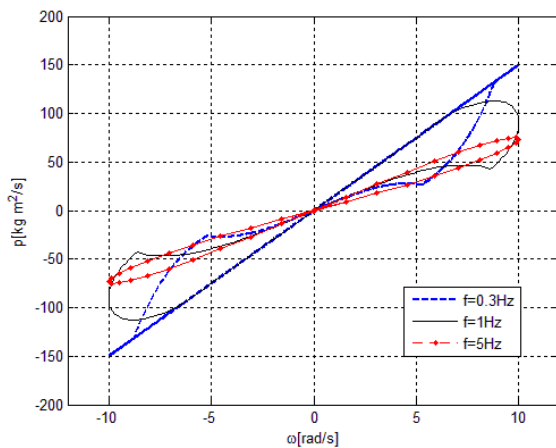
#### 7.2.4. Simulación del carrete con cable enrollado finito

En las siguientes figuras se ha realizado la simulación de un carrete con cable enrollado finito controlado por la posición angular. Aplicando como señal de entrada una velocidad angular y los siguientes parámetros en (7.19),  $I_0 = 15 \text{ kgm}^2$ ,  $R = 1 \text{ m}$ ,  $A = 10 \text{ rad s}^{-1}$ .



**Figura 7.9 Evolución respecto al tiempo de la velocidad angular y del momento.**

En la figura 7.9 se puede observar la característica no lineal del sistema simulado. La señal de entrada es sinusoidal en cambio la de salida no corresponde a una onda sinusoidal. En esta gráfica observamos como en los tramos de saturación el valor de salida del sistema tiene unas decaídas. Este efecto se puede deducir de (7.18) ya que la salida del sistema es la inercia por la velocidad angular.

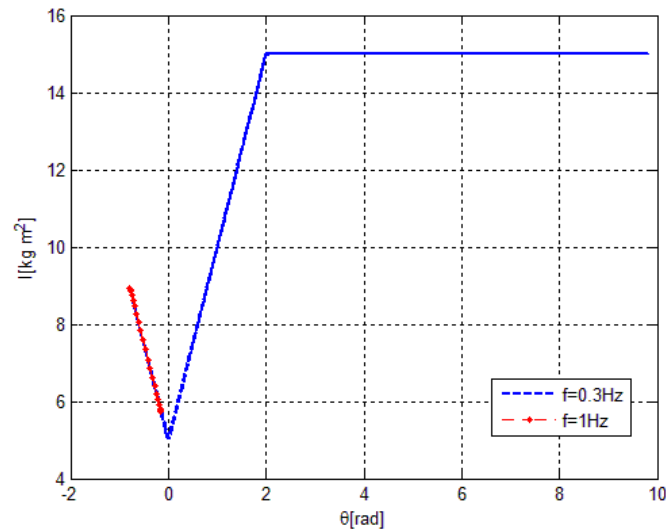


**Figura 7.10 y 7.11 Característica p - ω y característica I - ω a diferente frecuencias.**

En la gráfica 7.10 y 7.11 podemos observar que dependiendo del valor de la frecuencia a la que sometamos al sistema, este entrará o no en saturación. A partir de una determinada frecuencia el sistema se satura, es decir se vuelve lineal. En la figura 7.11 que muestra la característica inercia - velocidad angular, observamos



como el valor de la inercia se satura, esto es debido a que el cable está totalmente recogido. Al tener una velocidad angular baja, el tiempo en el que el cable está recogido es mayor. Por lo tanto el valor de la inercia no aumenta en ese tramo, y de este modo se vuelve lineal.



**Figura 7.12 Característica I -  $\theta$  con diferente valor de frecuencia.**

En la figura 7.12, podemos observar como con una frecuencia baja al abarcar más posición el cable acaba totalmente enrollado por lo que la inercia del tambor es máxima. En cambio el número de posiciones a frecuencia alta está más limitado, por lo que el valor de la inercia no alcanza su valor máximo y no se satura en ningún momento. Hay que destacar que la saturación para una frecuencia determinada depende de la posición inicial del tambor y de la cantidad de cable desplegado. Si la posición inicial estuviera más cerca a los valores de saturación con la frecuencia de 1 Hz el sistema también se saturaría

## 8. Simulaciones

### 8.1. Modelado y simulación

Modelar un sistema físico es en esencia definir sus magnitudes más importantes, fijar unos valores iniciales a las variables y parámetros que forman parte del sistema y escribir las correspondientes ecuaciones que describen el comportamiento del mismo a lo largo del tiempo. De este modo conseguimos una representación lo más exacta posible del comportamiento del elemento simulado.

Cuando simulamos un modelo hay que saber de antemano que nunca podremos obtener exactamente el comportamiento real, siempre tendremos un error que será mayor o menor dependiendo de la fidelidad al modelo real.

Cuando se modela un sistema hay que tener en cuenta el grado de complejidad que queramos darle, ya que según su contexto nos puede servir una simulación sencilla, de la cual obtengamos datos aproximados que nos sean válidos.

Los modelos dinámicos se describen mediante Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOS). La simulación de estos modelos es la resolución numérica de las mismas.

Así pues modelar un sistema es una forma rápida y eficaz de estudiar las variables de un sistema. El modelo permite realizar predicciones sobre su comportamiento y esto se traduce en reducir tiempo y costes en el diseño de aplicaciones.

### 8.2. Easy Java Simulator

El programa que se ha utilizado para programar las diferentes simulaciones que constan en el proyecto recibe el nombre de Easy Java Simulation [12]. Esta herramienta de programación permite diseñar modelos para ser simulados por ordenador mediante el lenguaje Java, el autor del programa Francisco Esquembre pone a disposición una manual para iniciarse en las simulaciones [13]. Hay una extensa gama de aplicaciones diseñadas por otros usuarios que se pueden descargar desde el mismo programa. También se han creado diferentes simulaciones útiles para prácticas en la UPC [14]

El programa nos permite crear una aplicación que reproduce el comportamiento del sistema programado, podemos cambiar diferentes estados y variables para ver su evolución, de esta manera podemos probar diferentes aspectos en el comportamiento del modelo.

Lo primero que visualizamos al crear una simulación con EJS es su estructura en la que aparecen 3 apartados: Introducción, modelo y vista.

- **Introducción:** en este primer apartado el programa nos brinda la oportunidad de explicar en qué consiste la simulación, y si es necesario, exponer los objetivos que se pretenden asumir y el posible uso de que se le puede dar a la aplicación.

- **Modelo:** en este apartado es donde se introducen las ecuaciones dinámicas del sistema que queremos simular.
- **Vista:** aquí es donde se diseña el apartado gráfico de la aplicación. EJS nos proporciona una paleta de objetos para crear la estructura de la interface.

La parte más importante de la simulación remite en el apartado “Modelo”, es apartado está subdividido en:

- **Declaración de variables:** en este apartado es donde se introducen las diferentes variables para el modelo, cabe destacar que el programa no diferencia entre variable y parámetro, cualquier valor recibe el nombre de variable aunque este sea constante o un texto o sea del tipo booleano.
- **Inicialización:** se utiliza cuando las variables tienen una inicialización compleja.
- **Evolución:** aquí recae la parte principal del modelado, es aquí donde se escriben las ecuaciones y el código que representa el comportamiento del sistema.

Dentro de este apartado existen 2 tipos de páginas, en una se escriben directamente los códigos en Java y en la otra está dedicada especialmente a modelos que se escriben mediante sistemas de ecuaciones diferenciales.

- **Relaciones fijas:** se utiliza para escribir código Java que estable relaciones entre variables del sistema
- **Métodos propios:** este apartado es útil para crear funciones propias del sistema que puede ser necesarias en otras partes de la simulación.

Hay que destacar que el programa permite introducir sistemas de EDO's explícitas de primer orden. Una vez declarada la EDO, el programa permite escoger el método de integración que se desea para su evolución.

Los algoritmos disponibles son:

- **Euler:** método de orden 1 paso fijo, tiene una baja precisión.
- **Euler-Richardson:** método de orden 2, su relación velocidad/precisión es aceptable para problemas sencillos.
- **Runge-Kuta:** método de orden 4 i paso fijo, con una precisión aceptable.
- **Fehlberg:** es un método de paso variable. Consiste en una mejora del anterior que divide automáticamente el paso de integración en pasos más pequeños para conseguir un error menor, este es el método utilizado en las simulaciones del proyecto.

Hay que destacar que el EJS permite crear una vista de la simulación de una manera bastante sencilla, en comparación con otros programas de la misma temática, por lo que lo hace un programa muy útil en lo que ha aplicaciones didácticas se refiere.

## 8.3. Memristor

### 8.3.1. Introducción

En el primer laboratorio, figura 8.1, se realiza la simulación del memristor. Podremos simular el elemento tanto en su versión lineal como en la no lineal, además de poder intercambiar las señales de entrada. Existe la posibilidad de modificar los parámetros (amplitud y frecuencia) de la señal de entrada.

Los objetivos que se quieren obtener con la creación del laboratorio son:

- Diferenciar entre el comportamiento lineal y no lineal.
- Observar el efecto que tiene la frecuencia sobre el memristor.
- Ver las diferentes respuestas de salida, a diferentes señales de entrada.
- Comprobar que el memristor no almacena energía.
- Cerciorarse de que el memristor es un elemento pasivo.

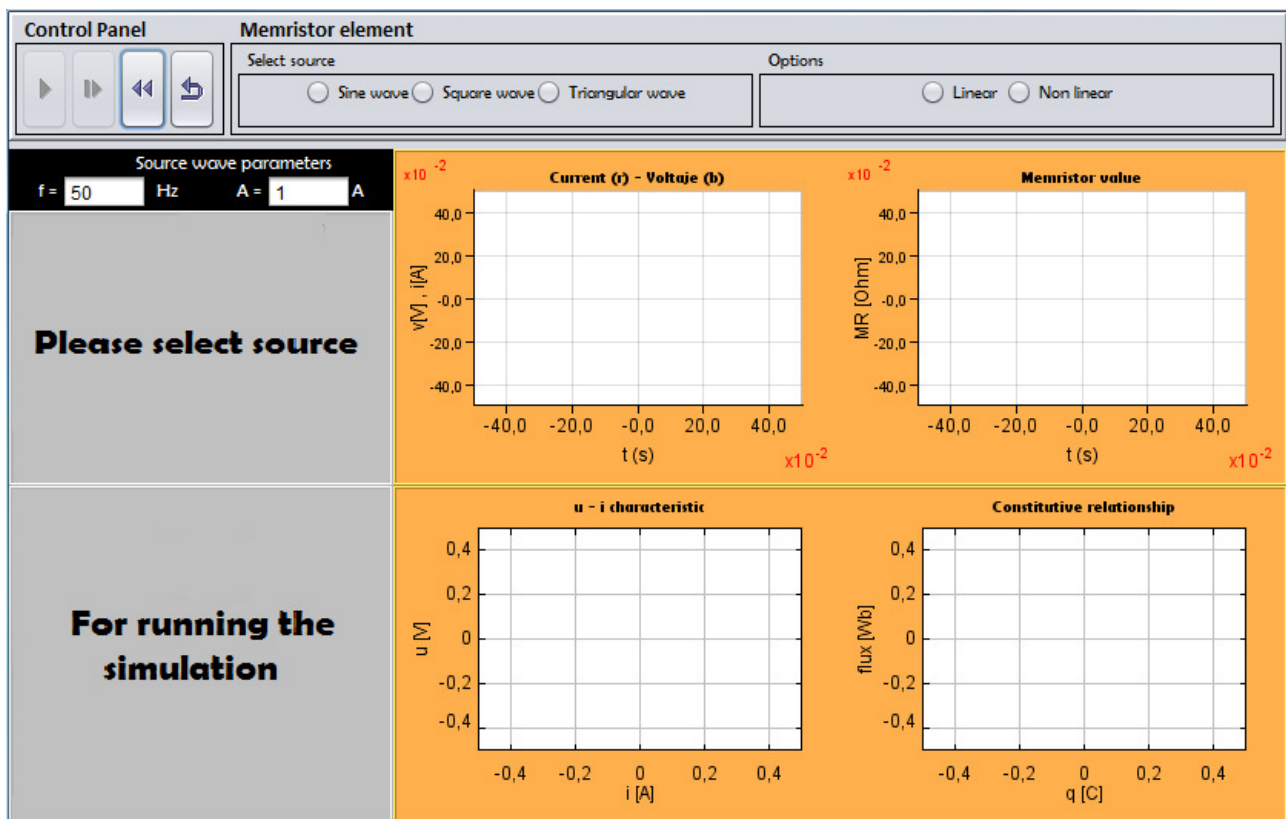


Figura 8.1 Simulación del memristor en espera.

### 8.3.2. Manual de la aplicación

Una vez ejecutada la aplicación lo primeros que tendremos que hacer es seleccionar la señal de entrada con la que queremos alimentar el elemento a simular, figura 8.2. Debemos clicar en una de las diferentes opciones disponibles. Una vez seleccionada la señal de entrada, procederemos a elegir el tipo de relación constitutiva del elemento.

Select source	Options
<input type="radio"/> Sine wave <input type="radio"/> Square wave <input checked="" type="radio"/> Triangular wave	<input type="radio"/> Linear <input checked="" type="radio"/> Non linear

Figura 8.2 Selección de elemento y relación constitutiva.

Una vez seleccionada la señal de entrada y la relación constitutiva, procederemos a modificar, si se desea, los parámetros frecuencia y amplitud, figura 8.4.

A continuación iniciaremos la simulación clicando en el icono “play” del panel de control, figura 8.3.



Figura 8.3 Panel de control.

Source wave parameters	
f = 50 Hz	A = 1 V

Figura 8.4 Parámetros modificables.

Una vez iniciada la simulación en la parte izquierda del laboratorio se observa el circuito simulado, figura 8.5. Justo debajo veremos la posición del elemento en la tabla de los elementos de 2 terminales, figura 8.6. En esta simulación nuestro elemento siempre será el memristor por lo que no veremos variación alguna en la tabla periódica de los elementos.

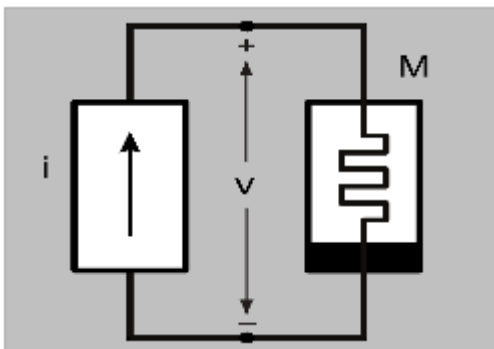


Figura 8.5 Ejemplo elemento simulado.

					$\beta$					
-2	-1	0	1	2	$\alpha$	-2	-1	0	1	2
2	2	2	2	2		-2	-1	0	1	2
-2	-1	0	1	2		-2	-1	0	1	2
-2	-1	0	1	2		-2	-1	0	1	2
-2	-1	0	1	2		-2	-1	0	1	2
-2	-1	0	1	2		-2	-1	0	1	2
-2	-1	0	1	2		-2	-1	0	1	2
-2	-1	0	1	2		-2	-1	0	1	2
-2	-1	0	1	2		-2	-1	0	1	2
-2	-1	0	1	2		-2	-1	0	1	2

Figura 8.6 El Memristor señalado en la tabla periódica.

A la derecha de la figura 8.7 se pueden observar las diferentes gráficas que caracterizan el elemento simulado.

La primera gráfica muestra la evolución de la tensión y la intensidad respecto del tiempo en un memristor controlado por carga eléctrica. En la segunda se observa la evolución respecto al tiempo del valor de la memristencia. La tercera gráfica muestra la característica tensión - intensidad en la que podemos comprobar que por cada valor del eje abscisas tenemos 2 valores en el eje de ordenadas. Por último, observamos la relación constitutiva del elemento, en el caso de la figura 8.7 corresponde a una relación no lineal.

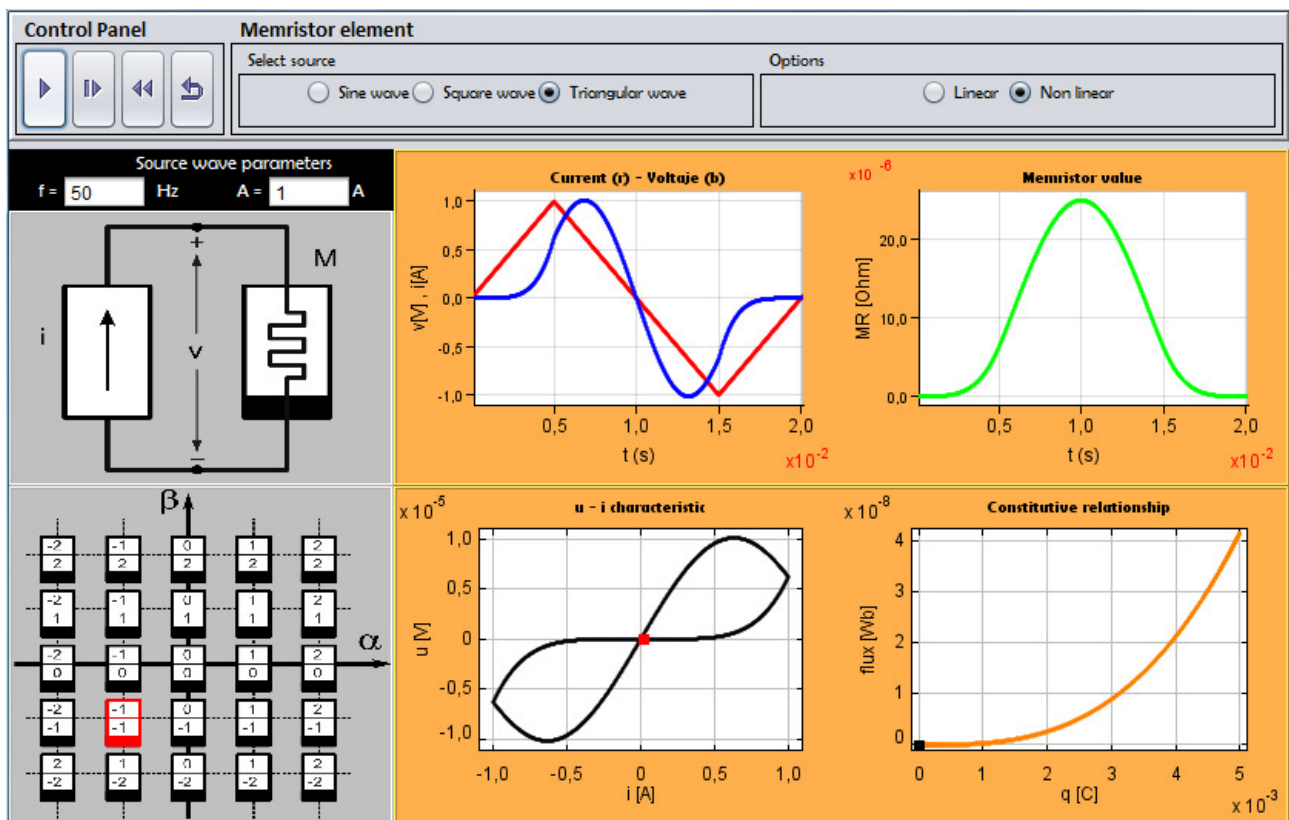


Figura 8.7 Simulación del memristor iniciada.

## 8.4. Elementos de orden superior

### 8.4.1. Introducción

En este segundo laboratorio, figura 8.8, se realiza la simulación de dos elementos de orden superior (meminductor y memcapacitor), a su vez y para comparar, también se simula de nuevo el memristor y los 3 elementos clásicos (resistencia, bobina y condensador) de la teoría de circuitos.

Podremos simular los elementos tanto en su versión lineal como en la no lineal. Se podrán modificar los parámetros de la señal sinusoidal de entrada.

Los objetivos que se quieren obtener con la creación del laboratorio son:

- Diferenciar entre el comportamiento lineal y no lineal.
- Observar el efecto que tiene la frecuencia sobre los elementos no lineales.
- Comparar el comportamiento de los diferentes elementos de la simulación.
- Asimilar la tabla periódica de los elementos de orden superior.
- Visualizar que elementos almacenan energía.
- Comprobar que los elementos son pasivos.

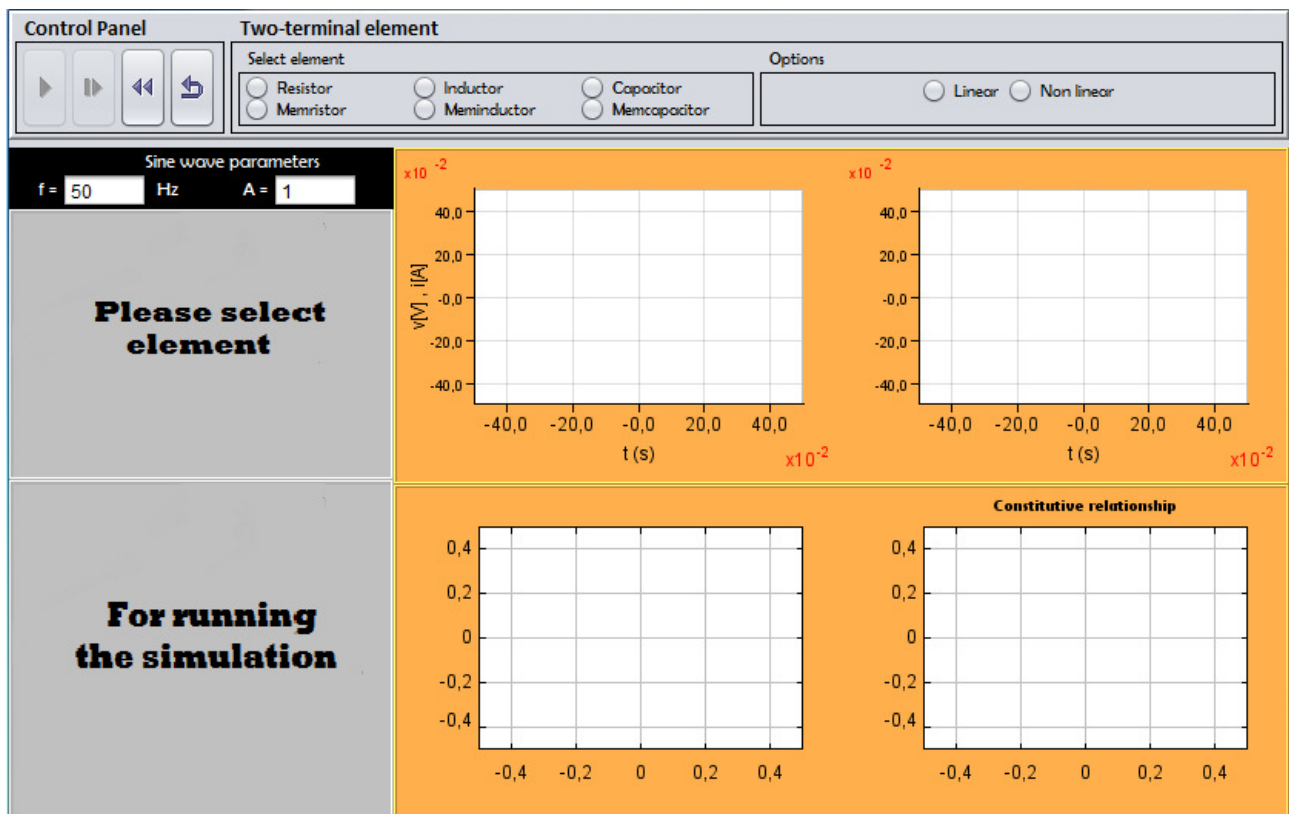


Figura 8.8 Simulación de los elementos de orden superior en espera.

### 8.4.2. Manual de la aplicación

El funcionamiento del laboratorio es bastante similar al del memristor. Una vez ejecutada la aplicación lo primero que tendremos que hacer es seleccionar el elemento a simular, figura 8.9. Para ello, tendremos que clicar en uno de los diferentes elementos disponibles en el laboratorio. A continuación, deberemos elegir si deseamos que el elemento tenga un comportamiento lineal o no lineal.

Select element	Options
<input type="radio"/> Resistor <input type="radio"/> Inductor <input type="radio"/> Capacitor	<input type="radio"/> Linear <input checked="" type="radio"/> Non linear
<input type="radio"/> Memristor <input checked="" type="radio"/> Meminductor <input type="radio"/> Memcapacitor	

**Figura 8.9 Selección de elemento y relación constitutiva.**

Una vez seleccionado el elemento a simular y su relación constitutiva, procederemos a modificar, si se desea, los parámetros de la señal sinusoidal de entrada, figura 8.11. Una vez seleccionadas las opciones iniciaremos la simulación.

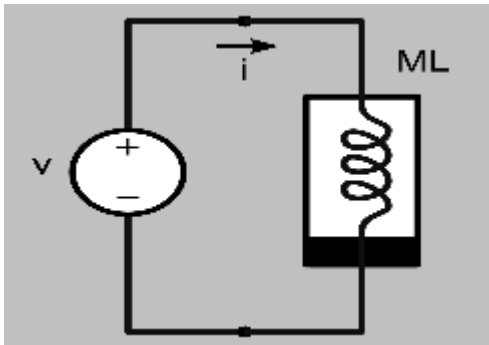


**Figura 8.10 Panel de control.**

Sine wave parameters	
f = 50 Hz	A = 1 A

**Figura 8.11 Parámetros modificables.**

Una vez iniciada observaremos en la parte izquierda del laboratorio el circuito simulado, figura 8.12. Justo debajo veremos la posición del elemento en la tabla de los elementos de dos terminales, figura 8.13.



**Figura 8.12 Ejemplo de elemento simulado.**

		$\beta$		
-2 2	-1 2	0 2	1 2	2 2
-2 1	-1 1	0 1	1 1	2 1
-2 0	-1 0	0 0	1 0	2 0
-2 -1	-1 -1	0 -1	1 -1	2 -1
-2 -2	-1 -2	0 -2	1 -2	2 -2
		$\alpha$		

**Figura 8.13 El meminductor señalado en la tabla periódica.**

Como se observa en las figuras 8.5 y 8.6 estamos simulando un meminductor controlado por la variable  $p$ .



A la derecha de la figura 8.14 se pueden observar las diferentes gráficas que caracterizan el elemento simulado.

La primera gráfica muestra la evolución de la tensión y la intensidad respecto del tiempo en un meminductor controlado por la variable  $\rho$ . En la segunda se observa la evolución respecto al tiempo del valor de la meminductancia. En la tercera tenemos el bucle de histéresis en el que podemos comprobar que por cada valor del eje abscisas tenemos 2 valores en el eje de ordenadas. Por último observamos la relación constitutiva del elemento, que en este caso es no lineal.

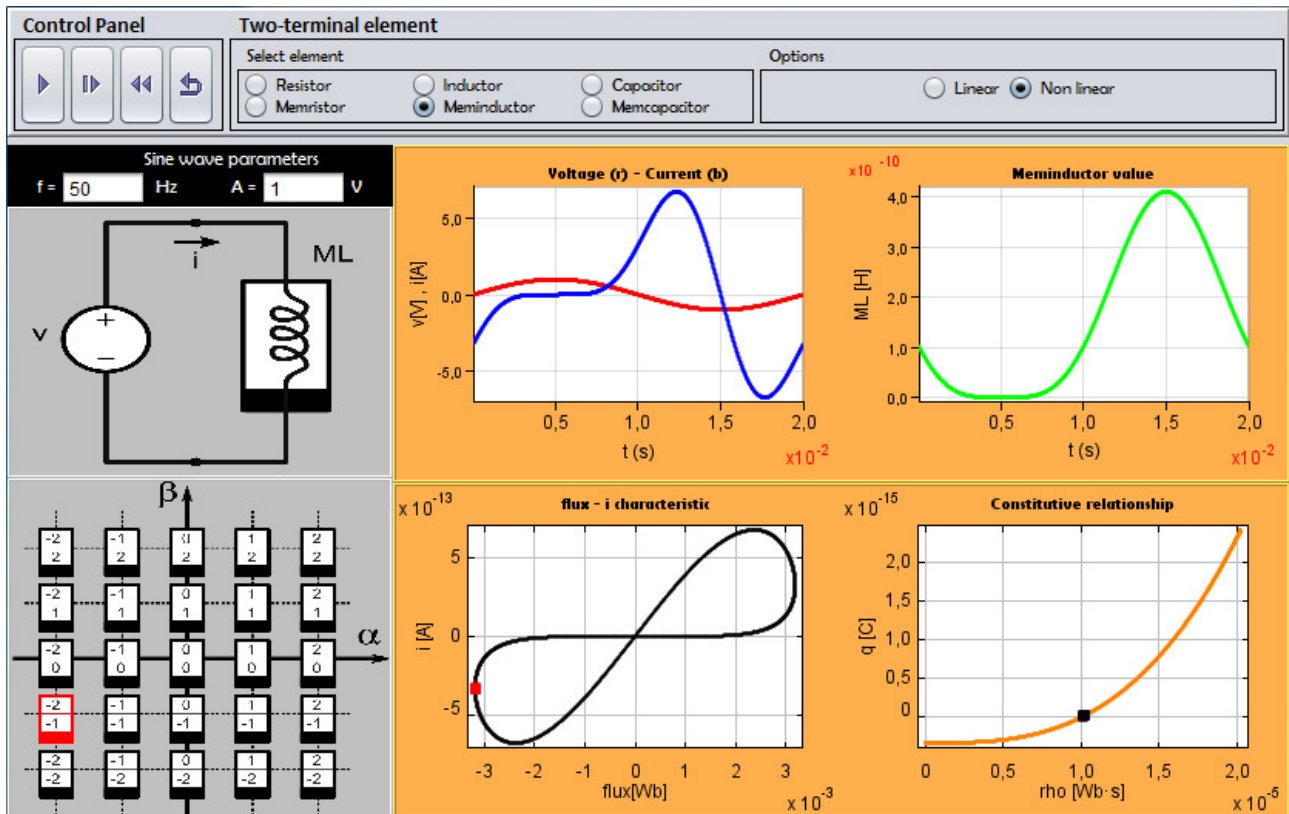


Figura 8.14 Simulación de los elementos de orden superior iniciada.

## 8.5. Amortiguador de aire cónico

### 8.5.1. Introducción

Este es el primer laboratorio mecánico de los dos que forman parte del proyecto. Está simulación, figura 8.15, corresponde a un sistema mecánico que en esencia trabaja igual que un memristor. En ella se simula el comportamiento de un amortiguador cónico de aire. Podremos simular los elementos tanto en su versión lineal como en la no lineal. Se podrán modificar los parámetros de amplitud y frecuencia de la señal sinusoidal de entrada.

Podremos ver la forma física del sistema en 3 dimensiones para facilitar la comprensión del laboratorio. Aprovechando esta visión 3D, diferenciaremos el caso lineal y el no lineal. En el primero, el elemento que fricciona entre las 2 paredes es cilíndrico y representa el caso lineal. En el segundo este elemento es cónico.

Los objetivos que se quieren obtener con la creación del laboratorio son:

- Establecer un vínculo entre los elementos mecánicos y eléctricos.
- Facilitar la comprensión del memristor viendo el funcionamiento de un sistema mecánico, a priori más asequible para su comprensión.
- Diferenciar entre el comportamiento lineal y no lineal.
- Observar el efecto que tiene la frecuencia sobre el sistema.
- Comprobar que el sistema no almacena energía.

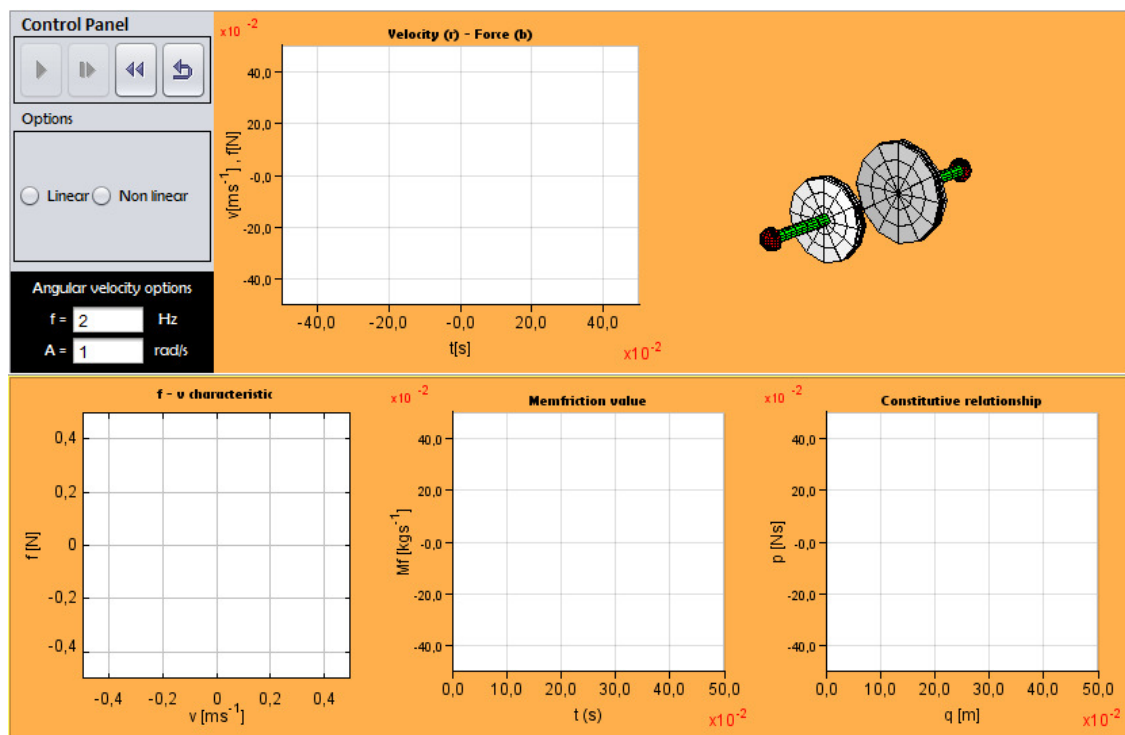


Figura 8.15 Simulación amortiguador de aire cónico en espera.

### 8.5.2. Manual de la aplicación

Una vez ejecutada la aplicación lo primero que tendremos que hacer es seleccionar si queremos simular el sistema en su versión lineal o no lineal, figura 8.16.

La diferencia, en este caso, radica en el elemento que fricciona entre las 2 paredes del amortiguador. Si nuestra elección es lineal el elemento que friccionara será cilíndrico, en cambio si seleccionamos el modo no lineal nos encontramos ante un elemento cónico.

Una vez seleccionada el modo de simulación deseado, procederemos a modificar, si se desea, los parámetros frecuencia y amplitud, figura 8.17.

A continuación iniciaremos la simulación clicando en el icono “play” del panel de control.

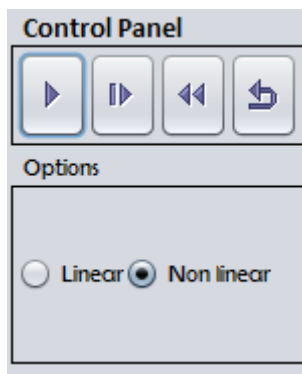


Figura 8.16 Panel de control y opciones.

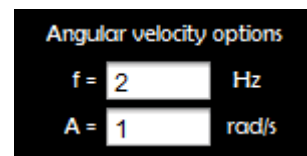


Figura 8.17 Parámetros modificables.

A la derecha de la figura 8.18 se pueden observar las diferentes gráficas que caracterizan el elemento simulado y la representación del elemento en tres dimensiones.

La primera gráfica muestra la evolución de la velocidad y la fuerza respecto del tiempo. Justo al lado de esta gráfica está la representación en tres dimensiones. En ella se puede observar la posición del cilindro o cono. En la segunda tenemos el bucle de histéresis en el que podemos comprobar que por cada valor del eje abscisas tenemos 2 valores en el eje de ordenadas. En la tercera gráfica se observa la evolución respecto al tiempo del valor de la memfricción. Por último observamos la relación constitutiva del elemento, que en este caso es no lineal.

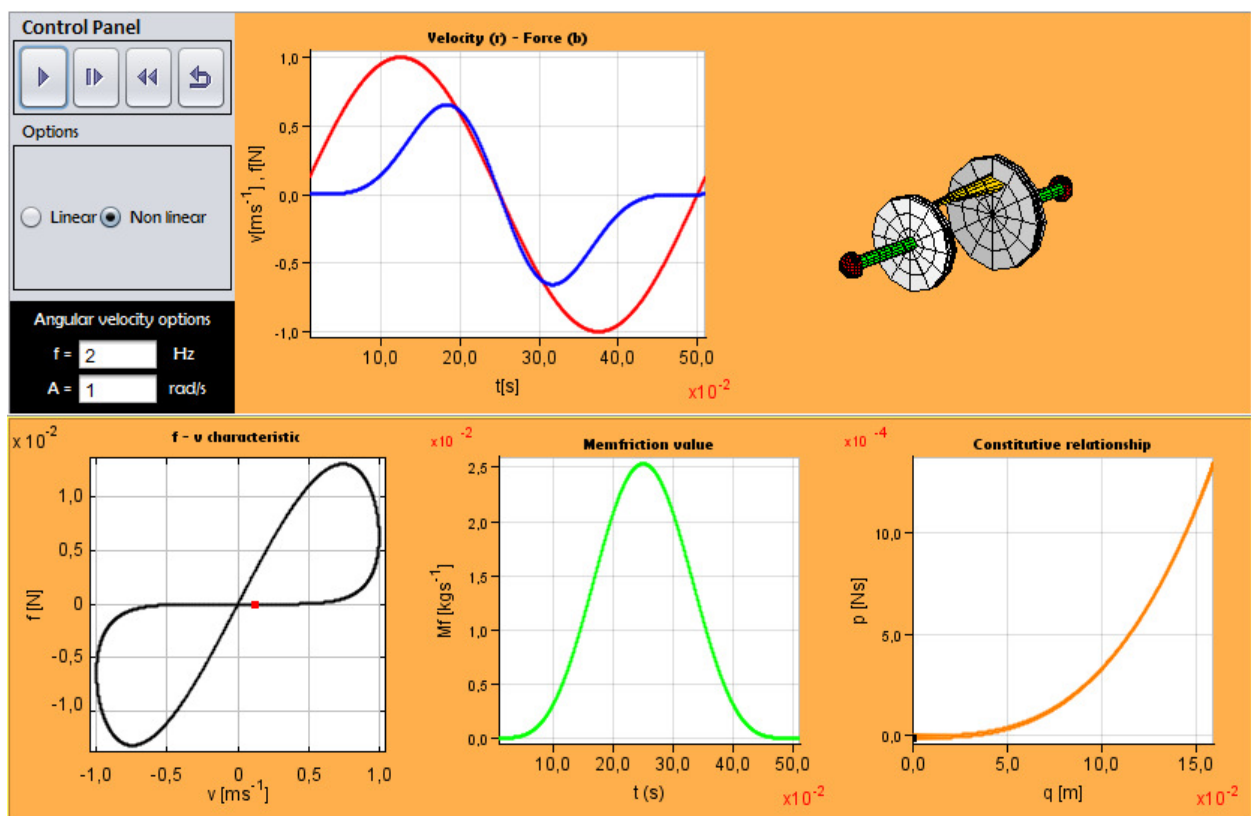


Figura 8.18 Simulación amortiguador de aire cónico iniciada.

## 8.6. Carrete con cable enrollado

### 8.6.1. Introducción

El último laboratorio del proyecto corresponde a la simulación de un carrete con cable enrollado, figura 9.19. Esta simulación corresponde a un sistema mecánico en el que su funcionamiento es similar al de un meminductor o memcapacitor.

Podremos ver la forma física del sistema en 3 dimensiones para facilitar la comprensión del laboratorio.

Los objetivos que se quieren obtener con la creación del laboratorio son:

- Diferenciar entre el comportamiento lineal y no lineal.
- Observar el efecto que tiene la frecuencia sobre el sistema.
- Establecer un vínculo entre los elementos mecánicos y eléctricos.
- Facilitar la comprensión del meminductor y memcapacitor viendo el funcionamiento de un sistema mecánico, a priori más asequible para su comprensión.
- Ver las diferencias entre el caso ideal y el real.

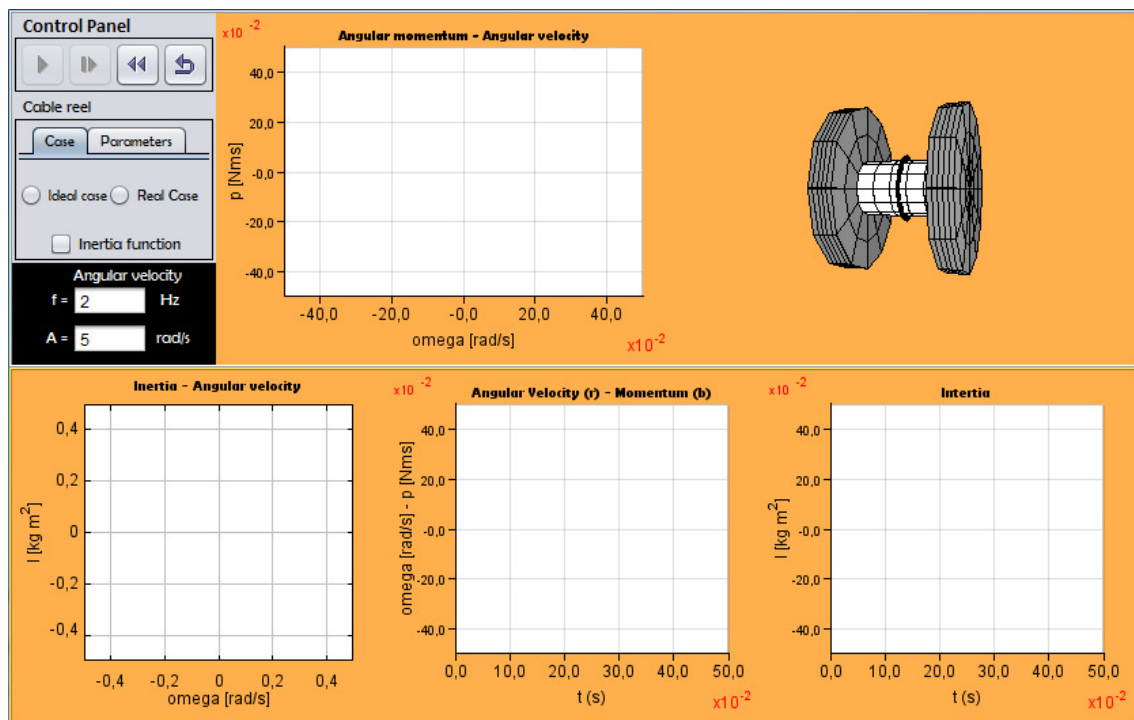


Figura 9.19 Simulación carrete con cable enrollado en espera.

### 8.6.2. Manual de la aplicación

Una vez ejecutada la aplicación lo primeros que tendremos que hacer es seleccionar el caso que queremos simular, figura 8.21. Hay 2 opciones la ideal y la real. Para seleccionar uno de ellos deberemos clicar en uno de las opciones. A continuación, si se desea, se pueden modificar los parámetros clicando en la pestaña “parameters”. También existe la posibilidad de modificar la frecuencia y amplitud de la señal de entrada, figura 8.20.



Figura 8.20 Panel de control

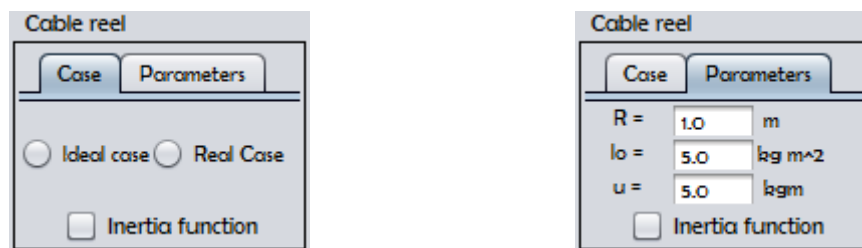


Figura 8.21 Pestaña “Case” y pestaña “Parameters”.

En la figura 8.25 tenemos una opción con la que podemos ver una gráfica adicional clicando en el recuadro “Inertia function”.

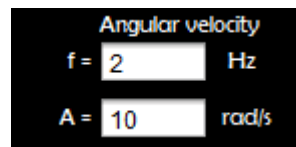


Figura 8.22 Parámetros de la señal de entrada.

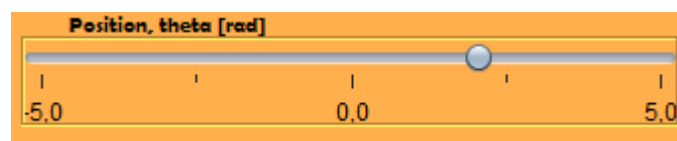


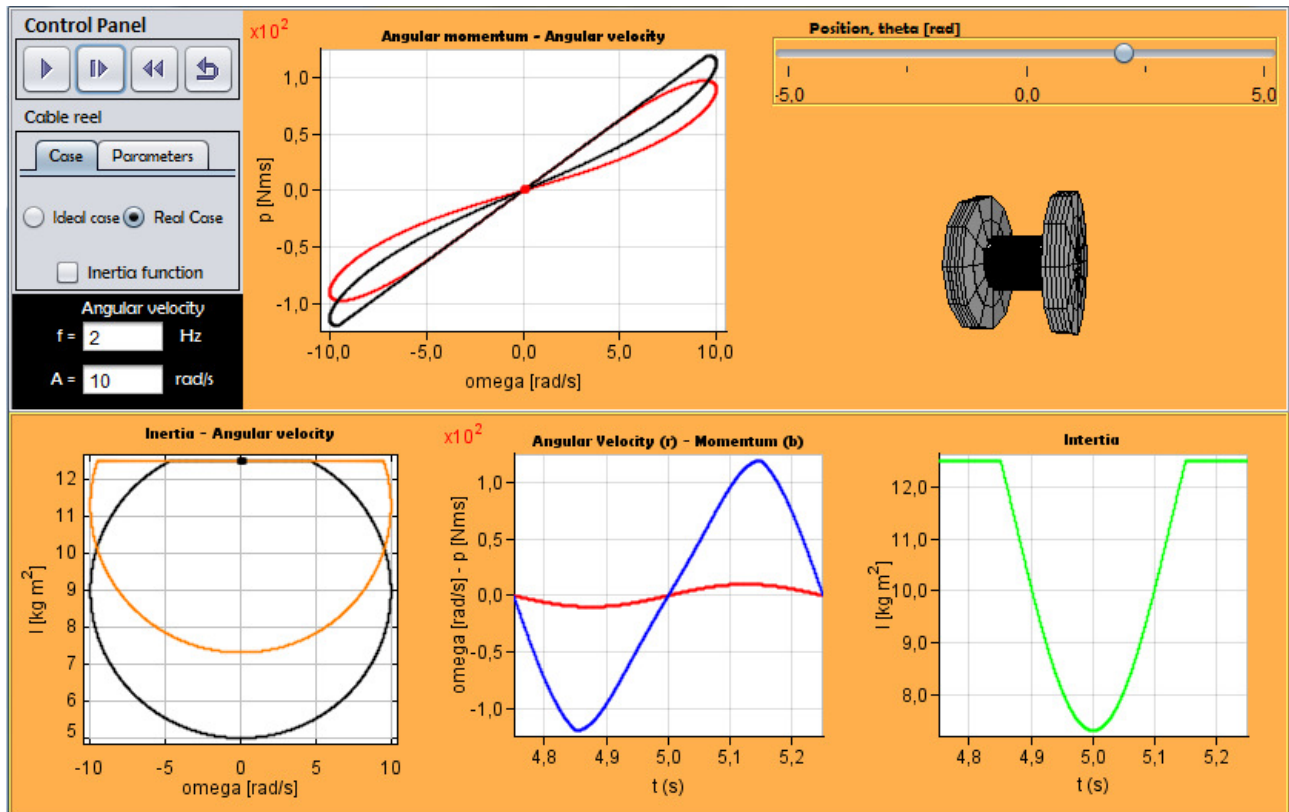
Figura 8.23 Posición inicial del carrete.

La figura 8.23 corresponde a la posición inicial que tendrá el carrete con cable enrollado.

A la derecha de la figura 8.24, se pueden observar las diferentes gráficas que caracterizan el elemento simulado y la representación del elemento en tres dimensiones. En la primera gráfica tenemos la característica momento angular – velocidad angular, en la que podemos comprobar que por cada valor de entrada tenemos 2 posibles valores de salida. A diferencia de los bucles vistos anteriormente, este tiene saturación por lo que es significativamente diferente. Justo al lado de esta gráfica está la representación en tres dimensiones, en la que se puede observar cómo evoluciona la inercia.

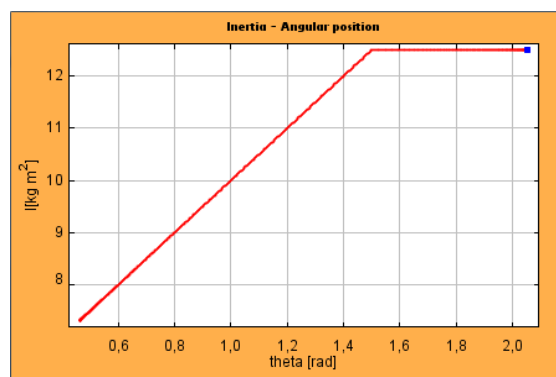
La segunda gráfica muestra la característica inercia – velocidad angular. En el tercer gráfico se muestra la evolución respecto al tiempo de la velocidad y el momento angular.

En la última gráfica se observa la evolución respecto al tiempo del valor de la inercia.



**Figura 8.24 Simulación carrete con cable enrollado iniciada**

Por último podemos visualizar una última gráfica clicando en el recuadro de “Intertia function”, figura 8.25. Esta gráfica muestra la posición del carrete, en función de la inercia.



**Figura 8.25 Gráfica adicional.**

## 9. Conclusiones

Con la realización de este proyecto se ha alcanzado el objetivo de crear diferentes laboratorios virtuales para simular el comportamiento de los elementos de orden superior de la teoría de circuitos no lineal. Paralelamente se han creado dos laboratorios de ejemplos mecánicos que se comportan como elementos de orden superior, cuya misión es la de facilitar la comprensión de los elementos eléctricos.

Todas estas simulaciones se han integrado en un entorno web, con documentación para su utilización.

Para lograr estos objetivos se ha realizado un estudio de los elementos de dos terminales de la teoría de circuitos no lineal y de los elementos de orden superior. Una vez obtenido el modelo de cada elemento se ha creado la aplicación interactiva que permite modificar una serie de variables para visualizar los diferentes comportamientos del mismo.

Para cada uno de los laboratorios se ha creado un manual con el objetivo de mostrar el funcionamiento y las opciones que ofrece cada aplicación.

La programación de los laboratorios se ha realizado mediante el software *Easy Java Simulation*. Este programa está pensado para poder realizar simulaciones a través de una interfaz intuitiva que facilita mucho la programación, sobre todo en el aspecto visual.

En la consecución del proyecto se han encontrado diferentes dificultades. De todas ellas se pueden destacar:

- Unos de los primeros problemas fue crear analíticamente las señales de entrada (onda triangular, onda cuadrada) para el primer laboratorio virtual.
- Surgieron problemas con las condiciones iniciales. El programa no permitía introducirlas si la resolución de la EDO se hacía mediante alguno de los métodos de EJS. Se tuvo que integrar analíticamente algunas de las señales que incidían en el modelo de los elementos.
- Como los laboratorios virtuales tenían que ser didácticos surgieron problemas con la modificación de algunas variables como la frecuencia. Para solucionarlo se tuvo que programar código con la intención de hacer coincidir los cambios de fase de la simulación.
- Uno de los objetivos era visualizar la característica del memristor a diferentes frecuencias, por lo que era necesario grabar los gráficos anteriores a los cambios de frecuencia. Para ello se tuvieron que crear nuevas variables de para almacenar los datos antiguos.



### **9.1. Líneas futuras de trabajo**

Para poder seguir profundizando en los elementos no lineales y de orden superior de la teoría de circuitos es necesario crear nuevos laboratorios virtuales.

Uno de los más interesantes sería simular el memristor que actualmente desarrolla Hewlett-Packard [4]. Una vez obtenido este laboratorio se podría programar la aplicación de escritura y lectura de datos de este mismo elemento [8].

Por otro lado, sería interesante realizar laboratorios en los que se pudieran interconectar diferentes elementos (tanto lineales como no lineales), creando un circuito no lineal. Con la realización de estos laboratorios se analizaría el comportamiento del circuito y se sacarían conclusiones sobre sus posibles aplicaciones.

## 10. Referencias

- [1] L.O. Chua. Memristor, the missing circuit element. *IEEE Trans. On Circuit Theory*, 18(5):507–519, September 1971.
- [2] R. S. Williams. How We Found the Missing Memristor The memristor—the functional equivalent of a synapse—, *Spectrum, IEEE*, 45(12): 28-35, December 2008.
- [3] D.B. Strukov, G.S. Snider, D.R. Stewart, and R.S. Williams. The missing memristor found. *Nature*, 453:80–83, 2008.
- [4] Lluís Prat Viñas, ed. *Circuitos y dispositivos electrónicos. Fundamentos de electrónica*, ediciones UPC, 1998.
- [5] R.E. Thomas A.J. Rosa. *Circuitos y señales: Introducción a los circuitos lineales y de acoplamiento*, Reverté, 1998.
- [6] L.O. Chua, Charles A. Desoer, Ernest S. Kuh. *Linear and nonlinear circuits*, McGraw-Hill, 1987.
- [7] C. Baatar, W. Porod and T. Roska, editors. *Cellular Nanoscale Sensory Wave Computing “Chapter 4”*, Springer, 2010.
- [8] M. Di Ventra, Y.V. Pershin, and L.O. Chua. Circuit elements with memory: memristors, memcapacitors and meminductors. *Proc. of the IEEE*, 97(10):1717–1724, October 2009.
- [9] L.O. Chua. Nonlinear circuit foundations for nanodevices, part I: the four-element torus. *Proc. of the IEEE*, 91(11):1830–1859, November 2003.
- [10] L.O. Chua and E.W. Szeto. High-order nonlinear circuit elements: circuit-theoretic properties. *Int. Journal of Circuit Theory and Applications*, 11(2):187–206, April 1983.
- [11] D. Jeltsema and A. Dòria-Cerezo. Mechanical memory elements: Modeling of systems with position-dependent mass revisited. In *Proc. of IEEE Conference on Decision and Control*, December 2010.
- [12] <http://fem.um.es/Ejs/>.
- [13] A. Escolà i Pujol. *Disseny d'aplicacions interactives mitjançant EJS, per a la divulgació dels sistemes sostenibles de gestió energètica*, Septiembre, 2007.
- [14] F. Esquembre. *Manual for Ejs 3.3*, Universidad de Murcia, 2004.

## 11. Anexo

- Programación de los laboratorios virtuales creados mediante “*Easy Java Simulation*”.

